

# Mathématiques Sans Frontières



**ÉPREUVE DU 10 FÉVRIER 2009**

- ✓ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- ✓ Des explications ou des justifications sont demandées pour les exercices numéros 1, 9, 10, 12 et 13.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

**Mathématiques**  
**SANS**  
**Frontières**

## Exercice 1 7 points

### RYTHME DE CROISIÈRE

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Peter muss in seinen Ferien ein Buch lesen. Er rechnet sich aus, dass er 30 Seiten pro Tag lesen muss um es zu schaffen. In den ersten Ferientagen hält er sich nicht an diesen Rhythmus. Er liest nur 15 Seiten pro Tag. Peter sagt sich, dass er diesen Rhythmus bis zur Hälfte des Buches beibehalten kann, wenn er bei der zweiten Hälfte 45 Seiten pro Tag liest.

**Was haltet ihr von seiner Argumentation? Begründet.**

Peter has to read a book during his holidays. He calculates that he must read 30 pages a day to succeed. The first days of holidays, he doesn't keep to this speed: he reads 15 pages a day. Anyway Peter thinks that he can keep this speed until halfway through the book, if he reads the second half at 45 pages every day.

**What do you think of the way he reasons? Explain.**

Piero deve leggere un libro durante le vacanze. Per riuscirci calcola di dover leggere 30 pagine al giorno.

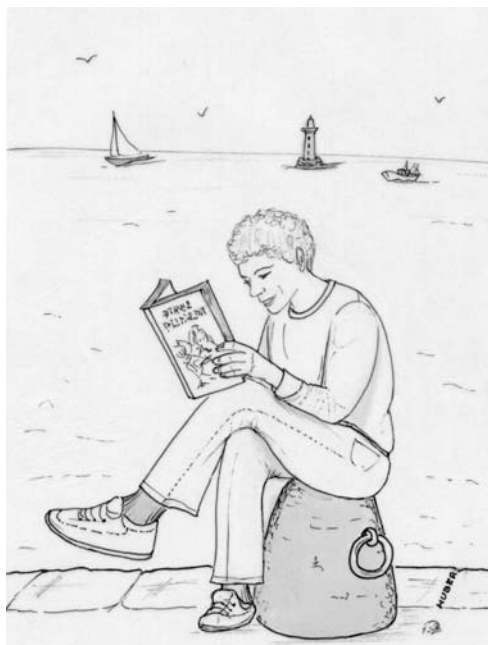
Durante i primi giorni di vacanza non rispetta, però, questo ritmo; legge, infatti, solo 15 pagine al giorno. A questo punto, Piero considera di poter proseguire così fino alla metà del libro a patto di proseguire la lettura della seconda metà in ragione di 45 pagine al giorno.

**Che pensare di questo ragionamento? Spiegare.**

Pedro debe leer un libro durante sus vacaciones. Calcula que debe leer 30 páginas cada día para poder acabarlo.

Los primeros días de las vacaciones, no respeta este ritmo; lee 15 páginas por día. Pedro piensa entonces que puede seguir este ritmo hasta la mitad del libro si lee la segunda mitad a razón de 45 páginas por día.

**¿Qué piensas de su razonamiento? Explicar.**



## Exercice 2 – 5 points

### CHAT VA VITE

Pour remplacer ses vieilles bottes de 7 lieues usées, le Chat Botté s'en est fait offrir une nouvelle paire, encore plus magique.

Avec ces nouvelles bottes, il peut faire des enjambées simples ou des super-enjambées.

- Les enjambées simples lui permettent simplement d'avancer de 7 lieues...
- Les super-enjambées lui permettent de multiplier par 7 la distance totale parcourue depuis son départ.

Par exemple, s'il est à 35 lieues du départ, la super-enjambée lui permet de se propulser à 245 lieues du départ.

Un jour, le Chat Botté décide de se rendre de Strasbourg à Kazan, en Russie.

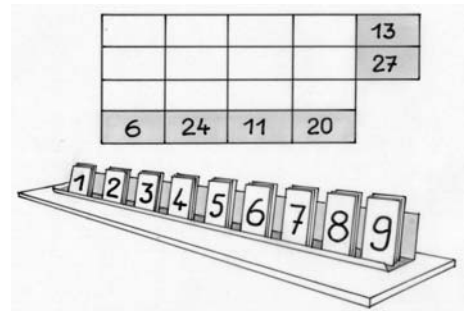
**Comment devra-t-il composer les enjambées et les super-enjambées pour parcourir exactement ces 700 lieues au plus vite ?**



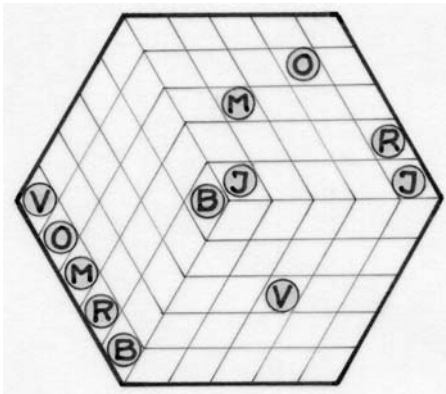
### Exercice 3 – 7 points **SOMMES GRILLÉES**

On veut compléter cette grille de sorte qu'en effectuant les sommes par lignes on obtienne les totaux inscrits dans la colonne de droite et qu'en effectuant les sommes par colonnes on obtienne les totaux inscrits dans la ligne inférieure. Seuls sont autorisés les nombres entiers de 1 à 9. Ils ne peuvent figurer qu'une seule fois dans chaque ligne et dans chaque colonne.

Présenter toutes les grilles possibles.



### Exercice 4 – 5 points **INTERCONNEXIONS**

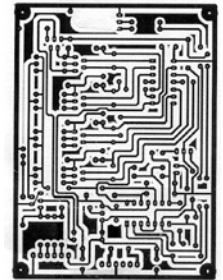


Un fabricant de composants électroniques produit des circuits imprimés sur des plaquettes de matière plastique isolante.

Il vient de recevoir une commande pour un nouveau modèle de circuit de forme hexagonale.

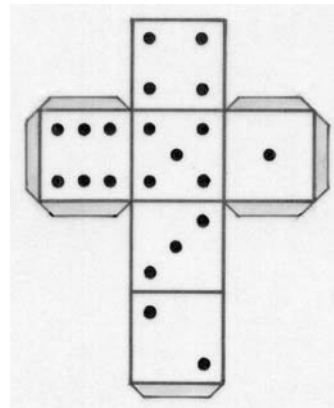
Les bornes marquées d'une même lettre devront être reliées par un chemin conducteur tracé sur la trame ci-contre.

Les 6 chemins devront être bien séparés : deux chemins ne devront jamais passer dans une même case et un chemin passera toujours d'une case à l'une de ses voisines en traversant leur côté commun.



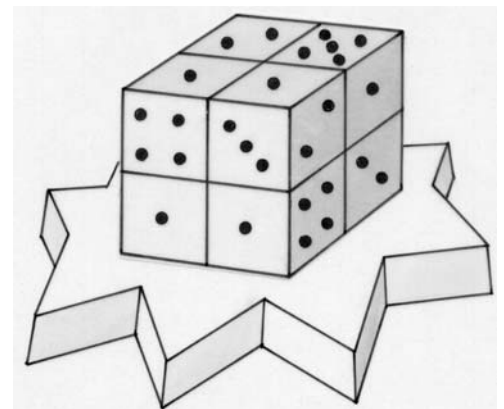
Reproduire la trame sur la feuille-réponse dans un hexagone de côté 5 cm. Tracer les 6 chemins sur cette trame. On prendra des couleurs différentes pour bien les distinguer.

### Exercice 5 – 7 points **RUBIKDÉ**



Le grand cube représenté ci-contre est constitué de huit dés identiques. Le patron ci-contre est celui de chacun de ces dés. Seule la face du dessous du grand cube ne totalise pas 9 points. Les cinq autres faces totalisent 9 points.

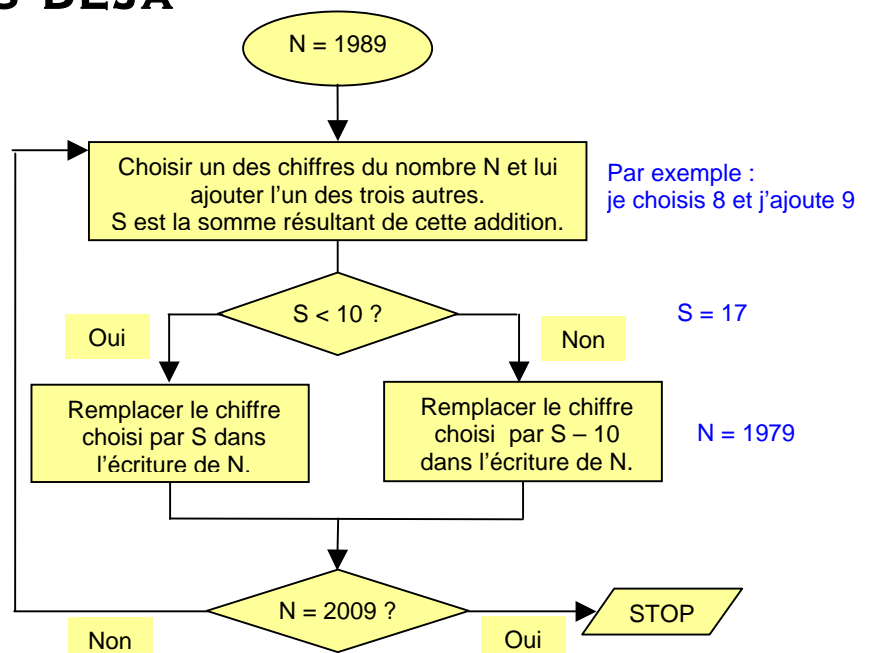
Combien de points la face du dessous du grand cube peut-elle totaliser ? Représenter par un dessin les différentes possibilités pour cette face.



### Exercice 6 – 5 points **20 ANS DÉJÀ**

Pour les 20 ans de Mathématiques Sans Frontières Gérard a inventé un algorithme pour arriver de 1989 à 2009 en quelques étapes.

Donner une suite, la plus courte possible, de nombres allant de 1 989 à 2 009 suivant l'algorithme de Gérard.



## Exercice 7 – 7 points

### MULTIPLICATION PARABOLIQUE

Voici la courbe d'équation  $y = x^2$  dans un repère orthogonal.

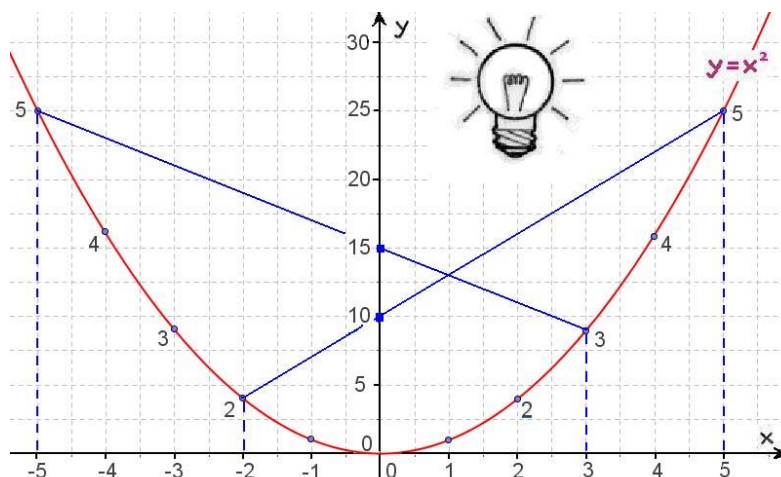
Il a été prouvé que ce tracé permet de trouver le résultat d'une multiplication par simple lecture en reliant des points de la courbe judicieusement choisis.

**Tracer sur la feuille-réponse la courbe d'équation  $y = x^2$  pour  $x$  variant de  $-9$  à  $9$ , dans un repère orthogonal.**

**1 cm représentera 1 unité sur l'axe des abscisses et 5 unités sur l'axe des ordonnées.**

**Utiliser ce tracé pour trouver selon cette méthode des valeurs approchées du produit  $4,5 \times 7,5$  et du quotient  $52 : 8,5$ .**

**On laissera les traits de construction.**



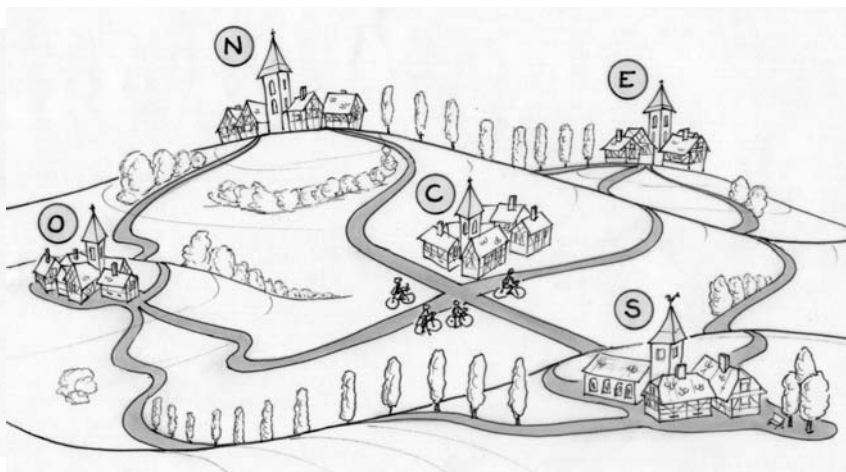
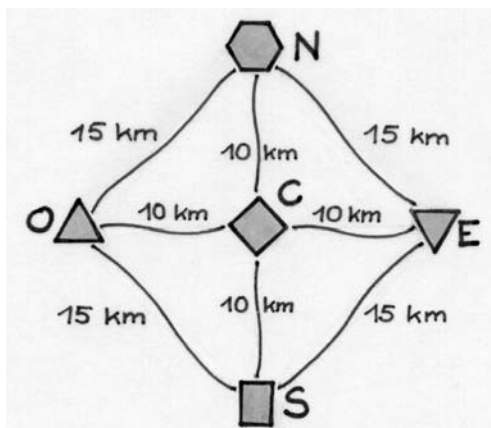
## Exercice 8 – 5 points

### AU PLUS COURT

Le responsable du club de vélo de Centreville doit organiser un rallye cyclotouriste passant par les villages de Nordville, Sudville, Ouestville et Estville. Le départ et l'arrivée de ce circuit doivent être à Centreville.

Le circuit doit passer au moins une fois sur chaque route marquée sur le schéma ci-contre qui précise les distances.

Il doit être le plus court possible.



**Donner un itinéraire possible et calculer sa longueur totale.**

## Exercice 9 – 7 points

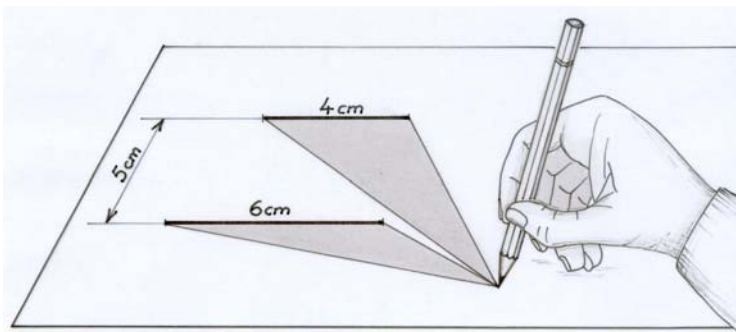
### C'EST DANS L'AIRE

[AB] et [CD] sont des segments de deux droites parallèles distantes de 5 cm.

Leurs longueurs sont :  $AB = 4$  cm et  $CD = 6$  cm.

On cherche l'ensemble des points M du plan tels que les triangles AMB et CMD aient des aires égales.

**Tracer les segments AB et CD sur la feuille-réponse et représenter en rouge l'ensemble des points cherchés. Expliquer.**



## Exercice 10 – 10 points

### COUPER - COLLER

Camille confectionne un ruban en papier de 4 m de longueur et de 1 cm de largeur. Elle utilise une feuille rectangulaire dont les dimensions sont des nombres entiers de centimètres. Elle la découpe en bandes parallèles de 1 cm de large et de longueurs égales à l'une des dimensions de cette feuille. Elle assemble ensuite ces bandes en les superposant sur 1 cm aux raccords pour les coller.

*On voudrait connaître les dimensions de la feuille rectangulaire que Camille a découpée.*

*Donner toutes les solutions, sachant que cette feuille est plus petite qu'une feuille de format A4 (21 cm × 29,7 cm). Expliquer.*

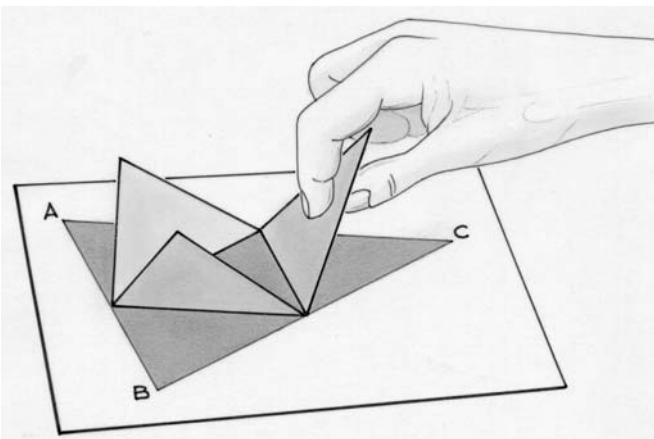


## SPECIAL SECONDE

### Exercice 11 – 5 points

### TÉTRAÈDRE ÉQUIFACIAL

Un simple triangle ABC permet de construire facilement un tétraèdre, pourvu que ses trois angles soient aigus.



Il suffit de tracer les droites joignant les milieux de ses côtés, puis de faire pivoter 3 triangles autour de ces droites pour rassembler leurs pointes en un sommet S.

On obtient un tétraèdre dit équifacial parce que ses quatre faces sont superposables.

On s'intéresse alors au pied H de la hauteur du tétraèdre issue de S.

En relevant les faces latérales, on comprend qu'il se trouvera nécessairement à l'intérieur du triangle ABC initial.

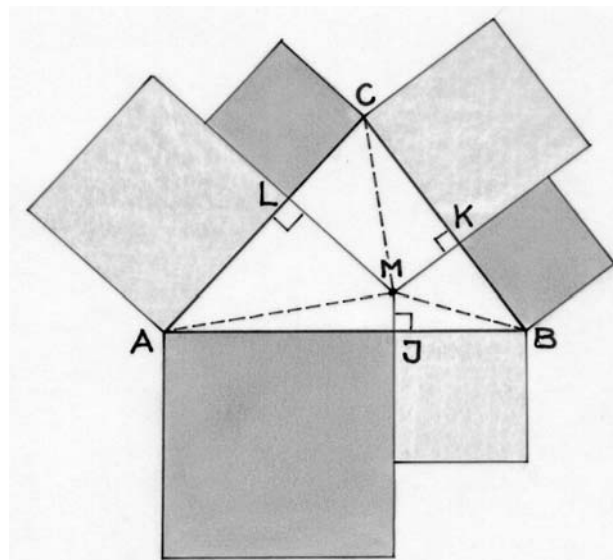
*Que représente le point H pour le triangle ABC initial ?*

### Exercice 12 – 7 points

### CLAIR - OBSCUR

M est un point quelconque à l'intérieur d'un triangle ABC ayant 3 angles aigus.

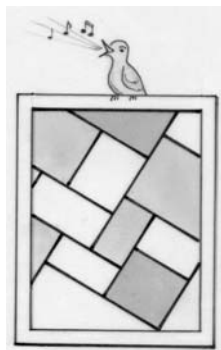
A partir de M on décompose le triangle ABC en 6 triangles rectangles. On obtient ainsi les points J, K, L qui permettent de construire 6 carrés comme indiqué sur la figure.



*Comparer la somme des aires des carrés clairs et la somme des aires des carrés sombres (sans mesurer les longueurs !). Expliquer.*

### Exercice 13 – 10 points

### VIDE - CARRÉ



On découpe un carré selon deux droites perpendiculaires en quatre pièces identiques.

Ces quatre pièces peuvent être disposées pour former un carré plus grand laissant un carré libre au milieu.

*A partir d'un carré de 8 cm de côté, réaliser un tel découpage de façon que les cinq régions du grand carré soient de même aire. Coller sur la feuille-réponse le grand carré évidé. Justifier la démarche.*

