

Mathématiques Sans Frontières



Épreuve définitive du 7 Mars 2017

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

Pour Nicole

Exercice 1
7 points

Des rangées dérangées

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

In einem Konferenzraum befinden sich neun Stuhlreihen. Jede Reihe besteht aus derselben Anzahl von Stühlen. Bei der ersten Konferenz sind alle angemeldeten Teilnehmer anwesend, aber nur zwei Drittel der Stühle sind besetzt.

Für die zweite Konferenz haben sich nur drei Viertel der Teilnehmer angemeldet. Damit nicht zu viele Stühle leer bleiben, wollen die Veranstalter ganze Stuhlreihen aus dem Saal entfernen.

Wie viele ganze Stuhlreihen müssen im Saal bleiben, damit bei der zweiten Konferenz jeder angemeldete Teilnehmer einen Sitzplatz hat? Begründet eure Antwort.

The meeting room for a conference has been set out with nine rows of chairs. There are the same number of chairs in each row.

For the first session all of the conference delegates are there and the room is two-thirds full.

For the second session only three quarters of the delegates have signed up to attend.

To avoid having too many empty seats the conference organisers want to remove some chairs. They will remove complete rows of chairs.

How many complete rows of chairs should they remove and still be sure that every delegate who attends has a seat? Justify your answer.

En una sala de reunión, hay nueve filas con el mismo número de sillas.

Para la primera conferencia, están todos los participantes y la sala está llena en sus dos terceras partes.

Para la segunda conferencia, sólo las tres cuartas partes de los participantes se han inscrito.

Para evitar que haya demasiados sitios vacíos, los organizadores quieren quitar filas completas de sillas.

¿Con cuántas filas completas hay que contar para la segunda conferencia? Justifica la respuesta.



In una Sala Riunioni, ci sono nove file con lo stesso numero di sedie.

Per la prima conferenza, sono presenti tutti gli iscritti e la sala è piena per due terzi.

Per la seconda conferenza, solo tre quarti degli iscritti partecipano.

Per evitare troppi posti vuoti, gli organizzatori desiderano togliere delle file complete di sedie.

Quante file complete occorre prevedere per la seconda conferenza? Giustificate la risposta.

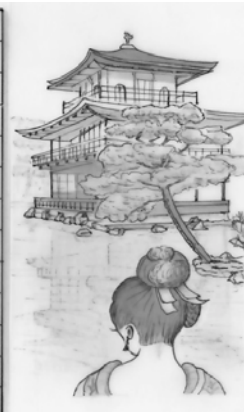
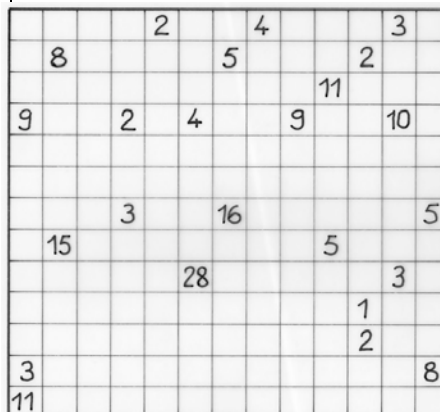
Exercice 2
5 points

Shikaku

Nicole aime bien les jeux japonais comme le *shikaku*. Il faut couvrir entièrement la grille ci-contre avec des rectangles.

Dans chaque rectangle est inscrit le nombre de carreaux entiers qu'il doit contenir.

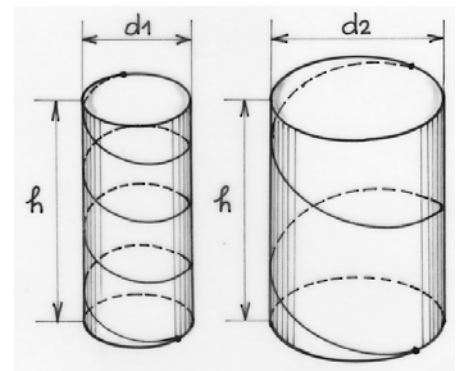
Reproduire la grille sur papier quadrillé puis dessiner les rectangles qui la recouvrent.



Exercice 3
7 points

Tournicoti tournicoton

Deux guirlandes sont enroulées autour de deux piliers cylindriques verticaux de même hauteur et de diamètres différents. Les deux guirlandes montent du sol au plafond en suivant la même pente par rapport au sol horizontal.



Laquelle est la plus longue ? Justifier.



1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

Exercice 4
5 points

Sagrada Família

À l'entrée de la Sagrada Família à Barcelone, on trouve un carré de 16 nombres.

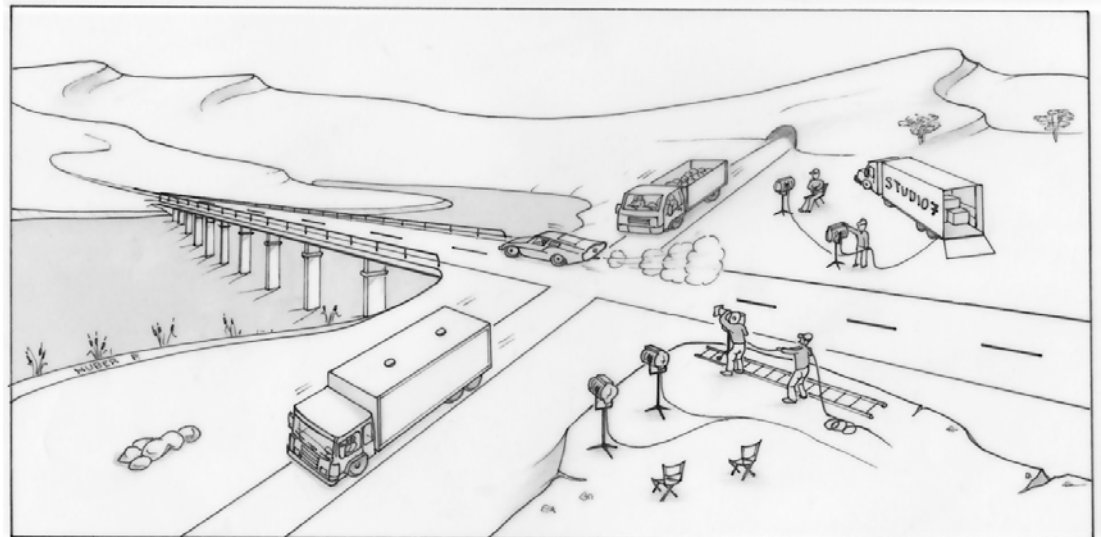
Il est possible de regrouper ces 16 nombres en 4 ensembles de 4 nombres dont la somme est 33.

Donner cinq possibilités différentes de regroupements des nombres de ce carré en coloriant les ensembles de quatre nombres de couleurs différentes.

Exercice 5
7 points

À un cheveu près

Pour une scène de cascade d'un film, une voiture doit passer entre deux camions. Les deux camions se déplacent à la vitesse constante de 90 km/h. Ils circulent dans le même sens, en ligne droite, l'un derrière l'autre. La distance qui les sépare est de 20 m. Chaque camion a une largeur de 2,50 m. La voiture roule à vitesse constante sur une route perpendiculaire à celle des camions.



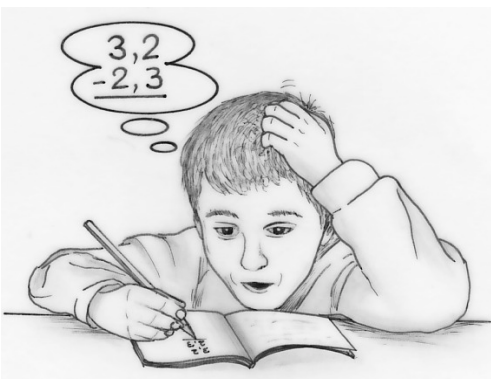
La voiture mesure 4,70 m de long pour 2 m de large.

Calculer la vitesse minimale de la voiture pour que la cascade se déroule sans accroc.

Exercice 6
5 points

Nombriliste

Mathématiques
SANS
Frontières



Simon écrit une liste de nombres. Le premier nombre est 3,2. Pour trouver le nombre suivant, il respecte la règle suivante :

Il échange la partie entière avec la partie décimale (3,2 devient 2,3), puis il calcule la différence entre le plus grand et le plus petit de ces deux nombres ($3,2 - 2,3 = 0,9$).

Avec le nombre obtenu, il applique cette règle. De cette façon, il trouve le nombre suivant de sa liste. Ainsi, les trois premiers nombres de sa liste sont 3,2 ; 0,9 et 8,1.

Donner le 38^e nombre. Proposer une méthode pour y parvenir sans écrire tous les nombres de la liste.

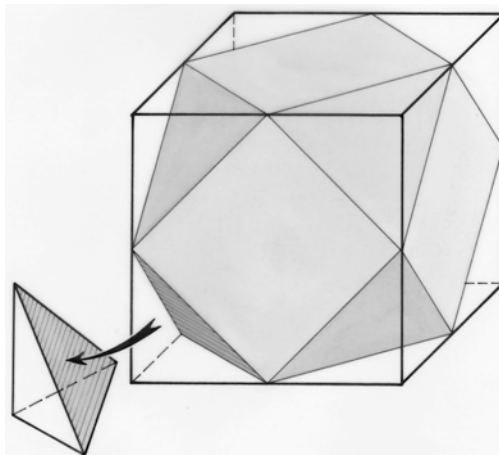
Donner le 2 017^e nombre.

Exercice 7
7 points

Cuboctaèdre

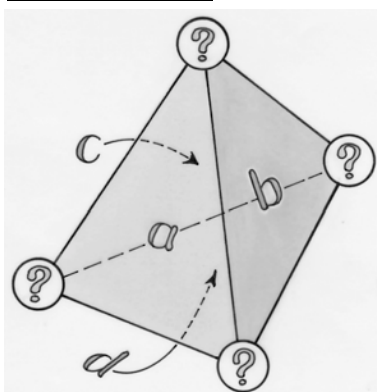
Sur les faces d'un cube d'arête c , je dessine des carrés en reliant les milieux des arêtes du cube. Les côtés ainsi dessinés font apparaître huit pyramides, une à chaque sommet du cube. En enlevant ces huit pyramides, j'obtiens un nouveau polyèdre convexe. Pour tout polyèdre convexe, Euler et Descartes ont établi la relation « $s - a + f = 2$ » dans laquelle s est le nombre de sommets, a le nombre d'arêtes et f le nombre de faces.

Vérifier cette formule pour le solide obtenu.
Exprimer le volume de ce solide en fonction de c .



Exercice 8
5 points

Somme toute



Sur les quatre faces d'un tétraèdre, on a écrit quatre nombres entiers positifs différents. À chaque sommet on attribue une valeur, qui est le produit des trois nombres inscrits sur les faces qui le touchent. Le produit des quatre nombres ainsi calculés est égal à 27 000.

Donner les quatre nombres inscrits sur les faces du tétraèdre.

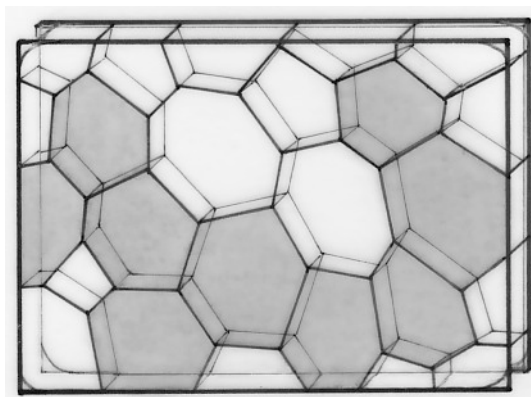
Exercice 9
7 points

Coincer la bulle

Des bulles de savon, coincées entre deux plaques parallèles, ont tendance pour la plupart à prendre la forme d'un hexagone convexe.

Construire un hexagone tel que :

- tous ses angles sont égaux à 120° ;
- ses côtés mesurent en centimètres : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 et 12.



Exercice 10
10 points

Vive Thalès !



Construire un triangle isocèle ABD tel que $AB = AD = 1$.
Placer un point C, distinct de A et de B, sur la demi-droite [AB).
La parallèle à (CD) passant par B coupe la demi-droite [AD) en E.

Démontrer que $AE = \frac{1}{AC}$.

Sur une autre figure, à partir d'un même triangle ABD et d'un point C, trouver une construction qui permet d'obtenir le point F tel que $AF = AC^2$. Justifier.

SPECIAL SECONDE

Exercice 11
5 points

À pile ou face

Piera et Frank jouent à pile ou face avec une pièce de monnaie.
Au départ, chacun des amis possède cinq bonbons.
Si la pièce affiche pile, Frank donne un bonbon à Piera.
Si la pièce affiche face, c'est Piera qui donne un bonbon à Frank.
Ils jouent ainsi quatre parties l'une après l'autre.

Quelle est la probabilité que Frank ait plus de bonbons que Piera à la fin du jeu ? Justifier la réponse.



Exercice 12
7 points

Factorielle !



Par combien de zéros se termine l'écriture décimale du produit de tous les entiers de 1 à 200 ? Expliquer.

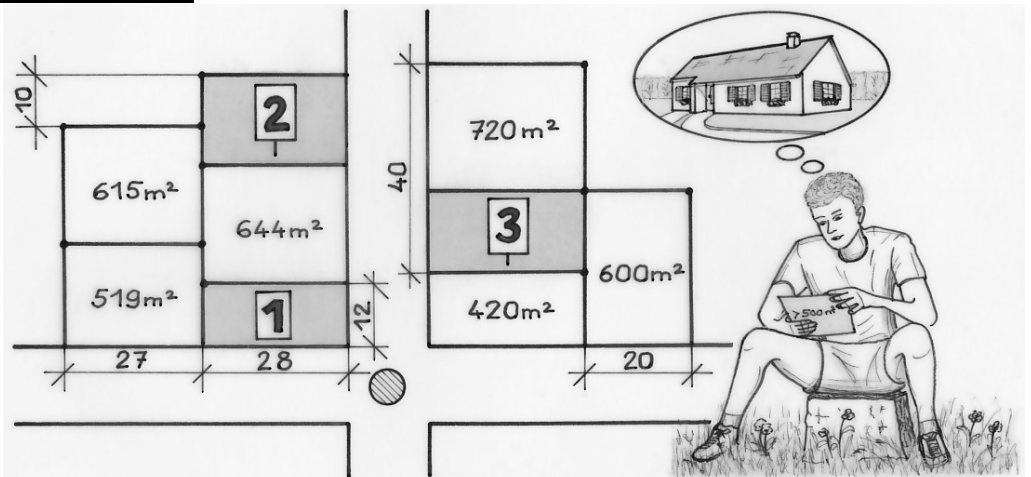
Ce produit se note « 200 ! » et se lit « factorielle 200 ».

Exercice 13 pour les secondes GT
10 points

Lots libres

Mehdi souhaite acquérir un terrain dans le « Lotissement des Peupliers ».
Dans ce lotissement tous les terrains sont rectangulaires.
Il exige que la superficie de son terrain soit supérieure à 500 m².
Dans ce lotissement, seuls les terrains 1, 2 et 3 restent disponibles.

L'un de ces trois terrains peut-il répondre aux attentes de Mehdi ? Justifier.



Exercice 13 pour les secondes Pro
10 points

À fond les décibels

On utilise couramment le décibel (dB) pour mesurer le volume sonore.
Lorsqu'un smartphone sonne, il émet un bruit de 60 dB.
Lorsque deux smartphones dont le volume sonore est identique sonnent en même temps, ils émettent un bruit de 63 dB soit 3 dB de plus.
À chaque fois que le nombre de smartphones double, le volume sonore augmente de 3 dB.
Ainsi, avec quatre smartphones, on aura un niveau sonore de $63 + 3 = 66$ dB.



Combien de smartphones devront sonner simultanément pour que le volume sonore soit équivalent à 120 dB, le bruit d'un avion au décollage ? Justifier.

On acceptera une solution réalisée à l'aide d'un tableur.