

Mathématiques Sans Frontières



Épreuve définitive du 28 janvier 2019

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

Exercice 1
7 points

Billet gagnant

Mathématiques
SANS
Frontières

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

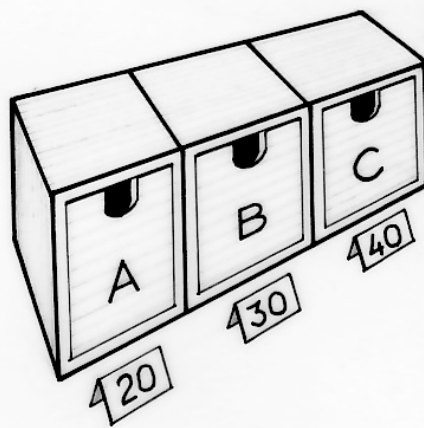
Drei nicht durchsichtige Schachteln A, B und C stehen nebeneinander.

Man weiß, dass in einer Schachtel zwei 10€ - Scheine liegen, in einer zwei 20€ - Scheine und in einer ein 10€ - und ein 20€ - Schein.

Vor jeder Schachtel stand ein Schild mit dem Geldbetrag, den sie enthält.

Aber ein kleiner Schelm hat die Schilder vertauscht. Jetzt passt kein Schild mehr zum Inhalt der Schachtel, vor der es steht.

Erklärt, wie man den Inhalt aller drei Schachteln herausfinden kann, indem man nur einen Geldschein aus nur einer gut gewählten Schachtel herauszieht.



Three opaque boxes marked A, B and C are placed side by side. It is known that one box contains two €10 notes, a second contains two €20 notes, and the third box contains one €10 note and one €20 note.

A label is placed in front of each box showing how much the box contains. A little rascal shuffles the labels so that they no longer correspond to the amounts in the boxes.

Explain how, by only taking a single note from a chosen box, you can deduce the amounts in each box.

Ci sono tre scatole non trasparenti accostate: A, B e C. Si sa che una scatola contiene 2 banconote da 10 €, una seconda, 2 banconote da 20 € e la terza, una banconota da 10 € e una da 20 €.

Davanti a ogni scatola c'è un'etichetta con indicato il contenuto in euro della scatola.

Un monello scambia le etichette.

Di conseguenza, nessuna scatola ha davanti l'etichetta corrispondente al suo contenuto.

Spiegate come, estraendo una sola banconota da una scatola scelta oculatamente, si possa dedurre il contenuto di ciascuna scatola.

Tres cajas opacas, A, B y C están una junta a la otra.

Sabemos que una caja contiene 2 billetes de 10 €; una segunda caja 2 billetes de 20 € y la tercera caja 1 billete de 10 € y un billete de 20 €.

Delante de cada caja había una etiqueta con el importe de la caja.

Un niño travieso ha mezclado todas las etiquetas. Ahora ninguna etiqueta se corresponde con el contenido.

Explica cómo, sacando un solo billete de una caja bien elegida, se puede deducir el contenido de cada caja.

Exercice 2
5 points

Bon anniversaire

À l'occasion de la fête des 30 ans de MsF, pour éviter de ramasser trop de canettes vides, les organisateurs proposent l'opération :

« Pour 5 canettes vides rapportées, 1 canette offerte ».

Le prix d'une canette est de 2 €.

Pendant cette fête, un groupe d'amis a consommé 63 canettes. Ils ont rapporté toutes leurs canettes vides au fur et à mesure.

Calculer la dépense du groupe d'amis lors de cette fête.

Dans les mêmes conditions, un autre groupe d'amis a dépensé 200 €.

Combien ont-ils bu de canettes ? Justifier.

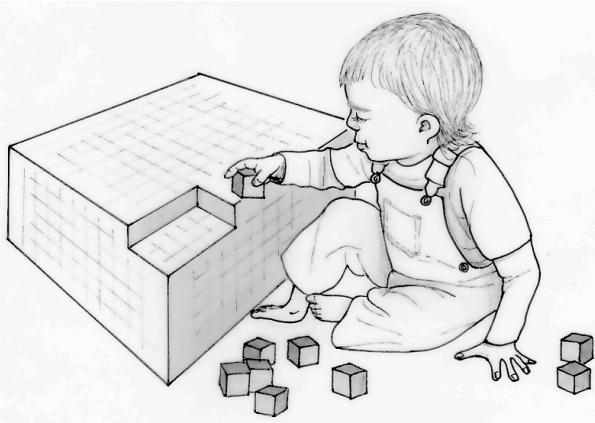
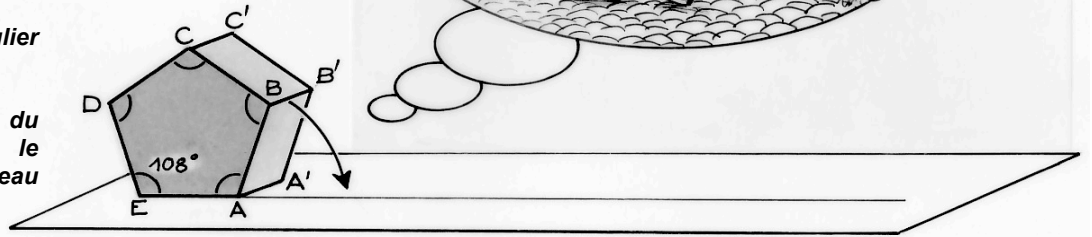


Exercice 3
7 points

Ça déroule Raoul

Une boîte en forme de prisme dont les bases sont des pentagones réguliers roule sur une surface plane de la façon suivante : elle pivote autour de l'arête [AA'] jusqu'à ce que l'arête [BB'] touche la surface puis la boîte pivote autour de cette arête [BB'] et ainsi de suite.

Tracer le pentagone régulier ABCDE d'arête 4 cm.
Tracer la demi-droite [EA).
Construire la trajectoire du point B jusqu'à ce que le point A se trouve à nouveau sur la demi-droite.



Exercice 4
5 points

Couches de cubes

Samuel joue avec des cubes en bois de mêmes dimensions. Il les empile et forme un parallélépipède rectangle, sans espace vide. Il commence par enlever les 91 cubes constituant la couche supérieure, puis les 77 cubes d'une des faces latérales. Pour finir, il enlève tous les cubes constituant la face arrière.

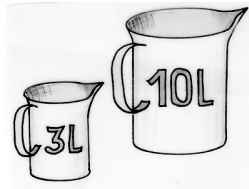
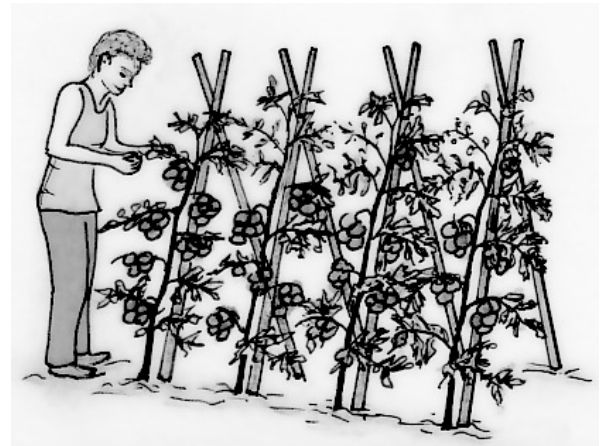
Déterminer le nombre de cubes restants.

Exercice 5
7 points

Bio tomates

Jacqueline fait de la culture biologique. Pour traiter ses différents légumes elle a préparé un grand bidon de décoction d'ortie et un grand bidon de décoction de prêle.

Elle souhaite traiter ses tomates. Pour cela elle doit faire un mélange avec 5 L de décoction d'ortie et 1 L de décoction de prêle ; elle aura ainsi une quantité de 6 L qui lui suffira pour traiter ses tomates. Elle ne dispose que de deux récipients vides, l'un de 3 L et l'autre de 10 L.



Expliquer comment Jacqueline doit s'y prendre pour obtenir exactement le mélange de 6 L.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 6
5 points

Huit dit

J'ai rangé 100 bonbons dans 5 boîtes.
Le nombre de bonbons dans chaque boîte contient le chiffre 8.
Seules deux boîtes ont le même nombre de bonbons.

Donner le nombre de bonbons dans chaque boîte.

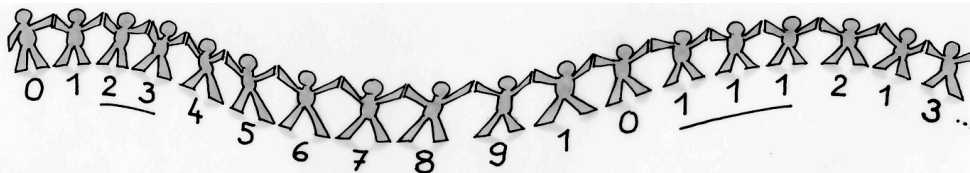


Exercice 7
7 points

À la queue leu leu

Si on écrit tous les nombres entiers positifs dans l'ordre croissant, sans laisser d'espace, on obtient :
012345678910111213141516...

Pour connaître la position d'un nombre, on compte combien de chiffres il a fallu écrire avant qu'il n'apparaisse pour la première fois dans cette liste. La position de 7 est 7 ; la position de 23 est 2 ; la position de 111 est 12.



Déterminer la position des nombres suivants : 171, 321 et 2019.

Exercice 8
5 points

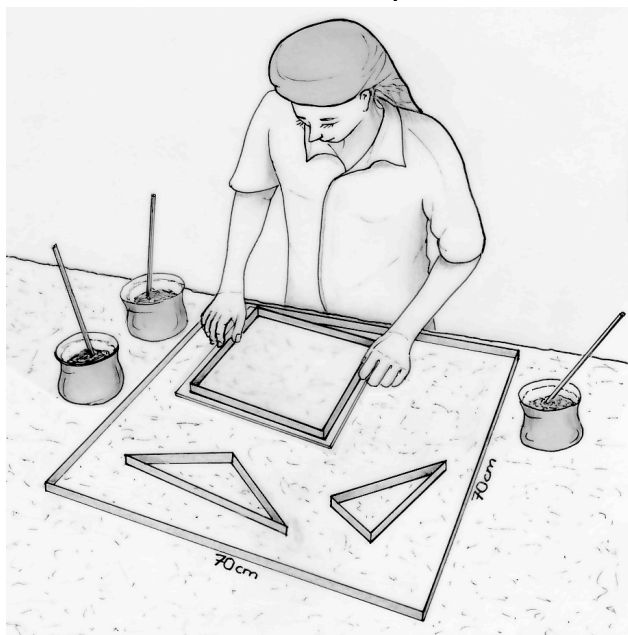
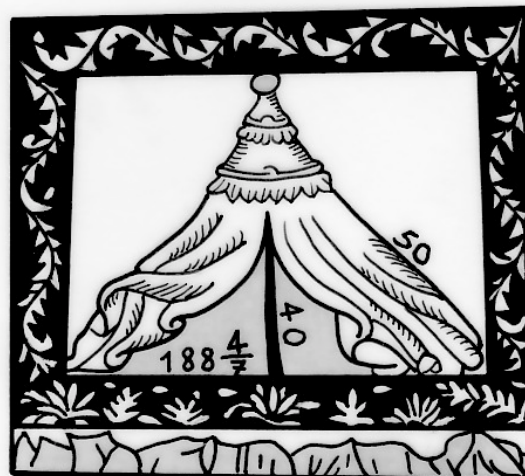
Tref médiéval

Élise a trouvé, dans un ancien traité de mathématiques publié en 1492, « *Lo Compendion del Abaco* », une gravure représentant une tente de forme conique appelée tref, soutenue par un mât central et abritant le seigneur.

Élise comprend que 40 représente la hauteur de la hampe autour de laquelle flotte la toile, 50 la longueur du sommet au sol quand la toile est tendue.

Elle sait que $188\frac{4}{7}$ veut dire $188 + \frac{4}{7}$.

Expliquer ce que représente $188\frac{4}{7}$.



Exercice 9
7 points

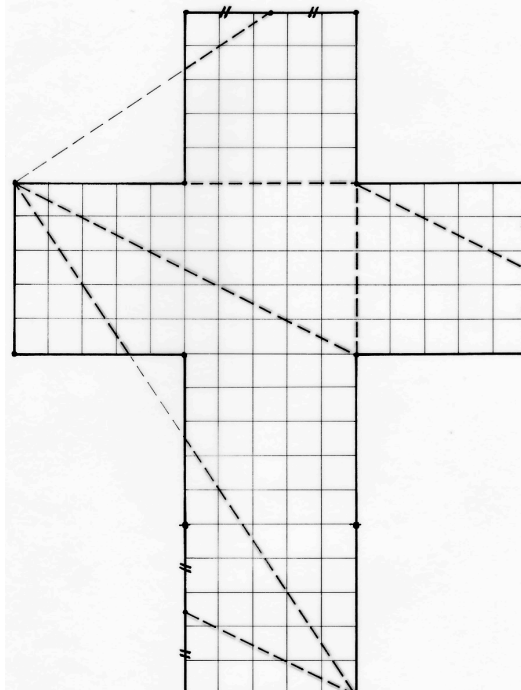
Quadratum

Les Gallo-Romains faisaient des motifs de carrelages de forme carrée.

Pour former un carré de 70 cm de côté, ils utilisaient 5 types de pièces :

- 4 carrés de 25 cm de côté ;
- 4 triangles rectangles non isocèles dont l'hypoténuse mesure 25 cm ;
- 2 triangles isocèles dont les côtés égaux mesurent 25 cm ;
- 2 autres triangles isocèles dont les côtés égaux mesurent également 25 cm ;
- 1 losange non carré de 25 cm de côté.

Représenter avec ces 13 pièces un tel motif à l'échelle 1/5. Colorier.



Exercice 10
10 points

Tétraordinaire

Voici une façon d'obtenir un tétraèdre à partir d'un patron de cube. Voir la figure ci-contre.

- Tracer ce patron d'un cube de 5 cm d'arête ;
- Tracer les segments représentés par des pointillés ;
- Découper ce patron ;
- Plier suivant les segments représentés par les pointillés ;
- Agencer ces plis de façon à obtenir un tétraèdre.

Coller le patron du cube sur la feuille-réponse et colorier d'une même couleur chacune des faces du tétraèdre. Calculer l'aire de chacune des faces du tétraèdre.

SPECIAL SECONDE



Exercice 11
5 points

En marche

En observant des personnes utiliser un escalator en fonctionnement, certaines montent des marches pour gagner du temps. Jean qui monte 20 marches met 10 secondes pour arriver en haut. Delphine qui monte 16 marches met 12 secondes pour arriver en haut.

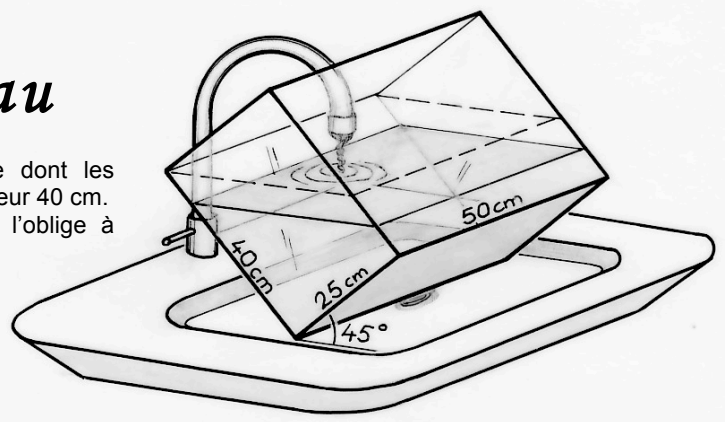
Combien cet escalator compte-t-il de marches visibles ? Justifier.

Exercice 12
7 points

Histoire d'eau

L'aquarium de Noé est un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont : longueur 50 cm, largeur 25 cm et hauteur 40 cm. Il souhaite le remplir mais l'emplacement du robinet l'oblige à incliner l'aquarium de 45° . L'eau coule jusqu'à atteindre le bord de l'aquarium. Alors Noé remet l'aquarium droit.

Calculer la hauteur de l'eau dans l'aquarium.



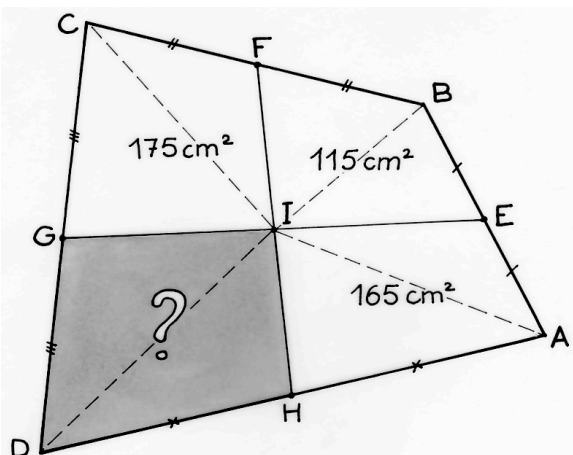
Exercice 13 pour les secondes GT
10 points

Quatraire

Un quadrilatère ABCD est partagé en 4 parties par les deux segments qui relient les points E, F, G, H milieux des côtés.

L'aire du quadrilatère IHAE mesure 165 cm^2 . L'aire du quadrilatère IEBF mesure 115 cm^2 . L'aire du quadrilatère IFCG mesure 175 cm^2 .

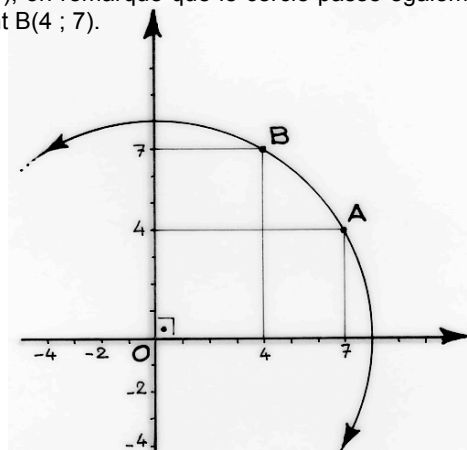
Combien mesure l'aire du quadrilatère IGDH ? Justifier.



Exercice 13 pour les secondes Pro
10 points

Pointilleux

Si on dessine un cercle de centre O passant par le point A(7 ; 4), on remarque que le cercle passe également par le point B(4 ; 7).



Trouver tous les autres points de ce cercle qui ont des coordonnées entières.

Comment être sûr que ces points sont vraiment sur ce cercle ? Justifier.

Le point C(6,99 ; 4,01) est-il sur ce cercle, à l'intérieur du cercle ou à l'extérieur du cercle ? Justifier.

On pourra s'aider d'un logiciel de géométrie dynamique pour répondre à la question posée.