

**NORD ALSACE-1990**

# MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

**COMPÉTITION  
INTERCLASSES  
3<sup>e</sup> ET 2<sup>de</sup>**



ORGANISÉE PAR L'IREM ET  
L'INSPECTION PÉDAGOGIQUE REGIONALE,  
SOUS LA HAUTE AUTORITÉ DU RECTEUR  
DE L'ACADÉMIE DE STRASBOURG

AVEC LE CONCOURS DU

**Crédit Mutuel**  
une banque à qui parler

TSVP

# EPREUVE DU

## EXERCICE 1 5 POINTS

### SOMMET EUROPEEN

Les participants à une rencontre européenne ont échangé des poignées de mains. L'un d'entre eux a compté qu'il y a eu en tout 78 poignées de mains.

Sachant que chaque personne a échangé une poignée de mains avec chacune des autres, combien de personnes se sont serré la main ?

Rédiger la réponse en allemand, en espagnol ou en anglais.

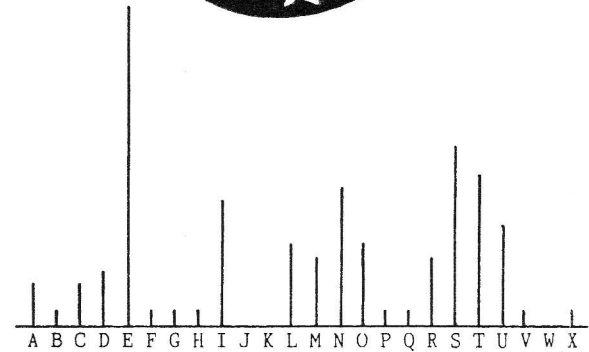


## EXERCICE 2 5 POINTS

### TOP SECRET

Voici une citation. Chaque lettre de l'alphabet a été remplacée par un signe. La ponctuation et les espaces ont été supprimés.

4+0 • 5xx+□△→ 3□□+△★+★•+x+† ←+△★431←+□+★+†  
 →† • +△• ← 53★□4+□ • 3□★3△★35△□□5★3→ 4+□ △+⊙  
 +†6+△★+★→+25△• ++□▼†+□†←4†★ 343★+☆ 5 xx†△+  
 Décoder cette citation en utilisant le diagramme en bâtons qui indique la fréquence d'apparition de chaque lettre dans le texte.



## EXERCICE 3 5 POINTS

### ON EN VOIT DE TOUTES LES COULEURS

Trois cubes identiques sont posés sur une table. Les six faces de chaque cube sont de couleurs différentes.

Paul, Maurice et Albert regardent chacun un cube et énoncent les couleurs des trois faces qu'ils voient autour d'un sommet :

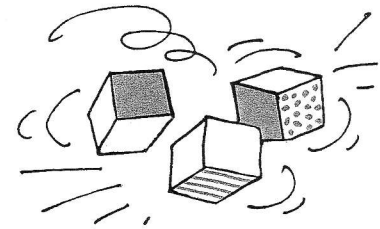
Paul : "bleu, blanc, jaune"

Maurice : "orange, bleu, rouge"

Albert : "vert, orange, blanc"

Quelle est la couleur de la face opposée à la face blanche ?

On ne demande pas de justification.



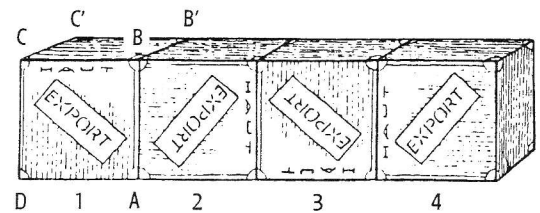
## EXERCICE 4 5 POINTS

### ET POURTANT ELLE TOURNE

On doit déplacer une caisse cubique de face avant ABCD et d'arêtes perpendiculaires à cette face [AA'], [BB'], [CC'], [DD']. Pour cela, on la tourne autour de (AA') jusqu'à ce que (DC) soit horizontale, puis autour de (BB'), etc...

On a représenté sur une même figure la place initiale de la caisse ainsi que ses positions à la fin des trois premiers mouvements.

On demande de dessiner, dans le plan de la face avant de la caisse, la courbe suivie par le point B au cours des cinq premières rotations, la courbe suivie par le milieu de [AB] et celle suivie par le centre du carré ABCD.

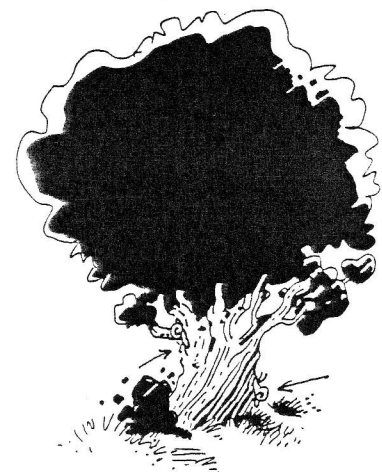


## EXERCICE 5 10 POINTS

### LE GROS CHENE

Ce gros arbre a un tronc cylindrique de 4 mètres de circonférence. Un escargot l'escalade verticalement. Il est à 47 cm au-dessus du sol. De l'autre côté, sur la verticale diamétralement opposée, un autre escargot grimpe. Il ne lui reste plus que 3 cm pour être à 2 mètres au-dessus du sol. Mais soudain, dans leur langage secret, nos deux escargots décident d'abandonner leur escalade et d'aller l'un vers l'autre par le plus court chemin.

Quelle distance chacun a-t-il parcourue à partir de ce moment-là sachant que la rencontre a eu lieu à mi-chemin ?



Toute solution, même partielle, sera examinée. Le soin sera pris en compte.  
Ne prendre qu'une seule feuille réponse par exercice.

**EXERCICE 6**  
10 POINTS

## UNE DIVISION D'UN AUTRE AGE

Au XIII<sup>e</sup> siècle on disposait la division de 4019 par 87 de la manière suivante :

QUOTIENT				4			4			4			4			4 6			4 6			4 6	QUOTIENT			
DIVIDENDE	4	0	1	9	4	0	1	9	8	1	9	5	3	9	5	3	9	5	3	9	5	9	1	7	RESTE	
DIVISEUR				8	7				8	7				8	7				8	7				8	7	DIVISEUR

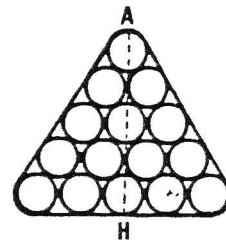
Disposer de la même manière, sur un quadrillage, la division de 5435 par 76.

**EXERCICE 7**  
10 POINTS

## BOULES ET BILLARD

Avant une partie de "billard américain", les boules (toutes de même diamètre) sont serrées dans un cadre comme l'indique la figure.

La longueur AH mesure 169,6 mm. Quel est le diamètre d'une boule ?



**EXERCICE 8**  
5 POINTS

## BONNE IMPRESSION

Un imprimeur fabrique un livre de 32 pages. Ces 32 pages sont imprimées sur une grande feuille avec 16 pages au recto et 16 pages au verso.

Cette grande feuille est ensuite pliée simplement en deux, quatre fois de suite.

On obtient ainsi un cahier de 16 épaisseurs de papier qui sera cousu suivant le dernier pli et massicoté sur trois côtés.

Sur le recto et le verso de la grande feuille représentés ci-contre, cinq numéros de pages ont été placés.

Recopier le recto et le verso de la grande feuille et y placer les 27 numéros manquants de façon que les pages du livre soient numérotées de 1 à 32, en bas, au milieu.

RECTO				VERSO			
			1	2			
9				8	19		

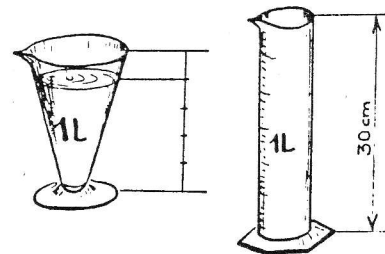
**EXERCICE 9**  
10 POINTS

## LE VERRE ET L'ÉPROUVETTE

L'intérieur d'un verre de laboratoire a la forme d'un cône de révolution, celui d'une éprouvette a la forme d'un cylindre de révolution; leur contenance commune est 1 litre.

On remplit le verre aux 4/5<sup>e</sup> de la hauteur du cône et on transvase le liquide du verre dans l'éprouvette.

Sachant que la hauteur de l'éprouvette est 30 cm, calculer la hauteur du liquide dans l'éprouvette.



**EXERCICE 10**  
15 POINTS

## UNE ROUE A LA HAUTEUR

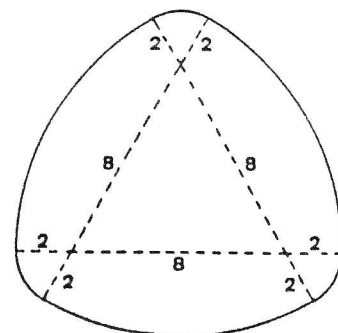
La figure ci-contre représente une courbe constituée d'arcs de cercles centrés aux trois sommets d'un triangle équilatéral et de rayons 10 cm ou 2 cm selon le cas.

Construire la figure en vraie grandeur. La découper.

La poser de différentes manières à l'intérieur d'une bande de papier de 12 cm de large, en la faisant rouler.

Constater que la courbe reste tangente aux deux bords de la bande de papier. Justifier.

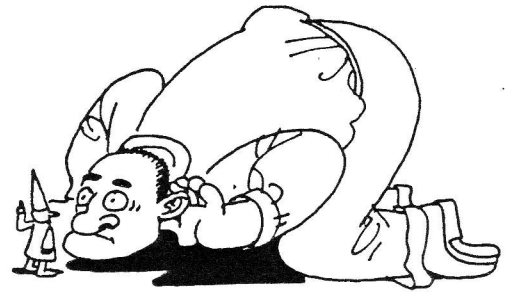
Coller la roue sur la bande et le tout sur la feuille réponse.



**EXERCICE 11**  
15 POINTS

## LE PLUS GRAND DES NAINS ET LE PLUS PETIT DES GEANTS

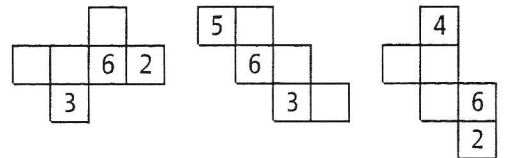
Soixante-douze nombres, tous différents, sont placés dans un tableau de 8 lignes et 9 colonnes.  
On appelle nombre géant, le plus grand des nombres de chaque colonne : il y a 9 nombres géants.  
On appelle nombre nain, le plus petit nombre de chaque ligne : il y a 8 nombres nains.  
Comparer le plus grand des nombres nains au plus petit des nombres géants. Expliquer.



**EXERCICE 12**  
15 POINTS

## DES DES

Chacun de ces patrons peut être plié pour former un dé. Sur chacun il manque trois numéros. La somme des points de deux faces opposées est, dans tous les cas, égale à 7.  
Recopier ces patrons et inscrire sur chaque face le numéro manquant.

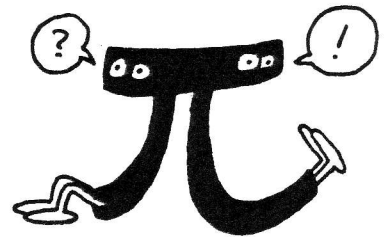


## SPECIAL SECONDE

**EXERCICE 13**  
5 POINTS

### TOUT PRES DE $\pi$

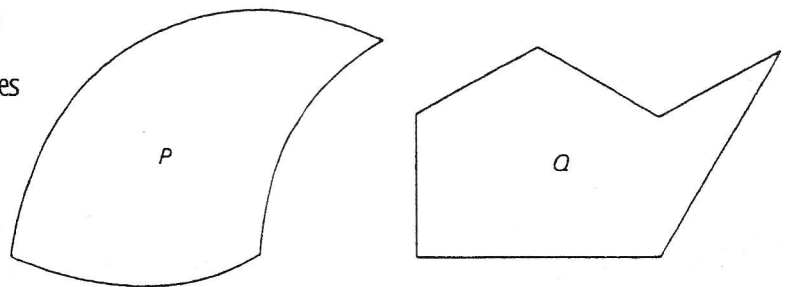
Robert prétend que la longueur obtenue en ajoutant le côté du carré et le côté du triangle équilatéral inscrits dans un cercle de rayon 10 cm est égale à la longueur d'une demi-circonférence de ce cercle...à 0,5 mm près. A-t-il raison ? Justifier la réponse.



**EXERCICE 14**  
10 POINTS

### DEUX PAR DEUX

Un même procédé a permis de construire les figures P et Q de façon que chacune d'elles puisse être découpée en deux pièces superposables.  
Reproduire P et Q et indiquer comment diviser chacune d'elles en deux pièces superposables.  
Utiliser le même procédé pour construire une troisième figure R.



**EXERCICE 15**  
15 POINTS

### AU TRAIN OU ÇA VA

Il est 2 h 30. Le train de Frédérique entre en gare de Gérardvillé. Sa camarade Camille est venue la chercher. Frédérique lui raconte que son train a parcouru 100 km durant chaque heure de son trajet et que sa vitesse moyenne a pourtant été de 104 km/h. Camille refuse de la croire. Frédérique insiste. Elle dit qu'elle est partie à minuit (0 heure), que le train ne s'est pas arrêté avant Gérardvillé, que de 0 h30 à 1 h et de 1 h 30 à 2 h il a roulé à la vitesse constante de 80 km/h alors que le reste du temps il a roulé à la vitesse constante de 120 km/h.  
Représenter graphiquement la distance parcourue par le train en fonction de l'heure. Frédérique a-t-elle raison ou non ? Expliquer pourquoi.

