

Mathématiques Sans Frontières



Prueba de ensayo Diciembre 2016

- ✓ Utiliza sólo una hoja-respuesta por ejercicio.
- ✓ Se tendrá en cuenta todo intento de resolución.
- ✓ La presentación se tendrá en cuenta.

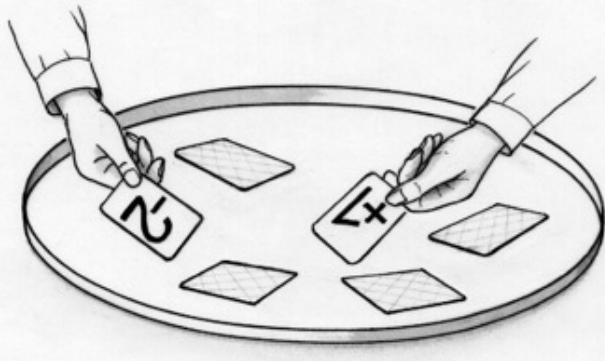
Ejercicio 1
7 puntos

Plus ou moins de moins ?

La solución debe redactarse en alemán, inglés, francés o italiano con un mínimo de 30 palabras.

Peter hat auf den Tisch sechs Karten gelegt, die völlig gleich aussehen. Auf der anderen Seite trägt jede von ihnen jeweils eine der Zahlen +1, +2, +3, -1, -2, -3. Peter schlägt seinem Freund Paul das folgende Spiel vor: beide drehen gleichzeitig eine Karte um. Ist das Produkt der beiden Zahlen positiv, so ist Paul der Gewinner. Wenn das Produkt negativ ist, gewinnt Peter. Nach einigen Runden stellt Paul fest, dass Peter öfter gewinnt. Um seine Chancen zu erhöhen, schlägt er vor, eine der Karten mit einer negativen Zahl aus dem Spiel zu entfernen und mit fünf Karten weiterzuspielen.

Hat Paul recht? Begründe die Antwort.



Peter put six cards down on the table. All of them have an identical back and on the other side they respectively show +1, +2, +3, -1, -2, -3. Then Peter suggests the following game to his friend Paul: they both simultaneously turn up one card. If the product of the two numbers is positive, Paul wins. If the product is negative, Peter is the winner. After a few games, Paul notices that Peter wins more often. So, in order to increase his chances of success, he proposes that Peter should take away one card with a negative number and then start the game again with the five cards.

Paul notices that Peter wins more often. So, in order to increase his chances of success, he proposes that Peter should take away one card with a negative number and then start the game again with the five cards.

Is Paul right? Justify your answer.

Pierre a posé sur la table six cartes présentant un verso identique. Au recto de chacune d'elles, figurent respectivement les nombres +1,+2,+3,-1,-2,-3. Pierre propose alors à son, ami Paul le jeu suivant : ils retournent simultanément chacun une carte. Si le produit des deux nombres qui apparaissent est négatif, alors Pierre gagne, s'il est positif, c'est Paul qui gagne. Après quelques parties, Paul observe que Pierre gagne plus souvent que lui. Aussi, pour augmenter ses chances de gagner, il propose à pierre d'enlever une carte portant un nombre négatif et de reprendre le jeu avec les cinq cartes restantes.

Paul a-t-il raison ? Justifier la réponse.

Pietro ha posto sulla tavola sei carte da gioco con un retro identico. Sul davanti di ciascuna ci sono i seguenti numeri: +1, +2, +3, -1, -2, -3. Pietro propone al suo amico Paolo questo gioco: ciascuno deve girare contemporaneamente una carta. Se il prodotto dei due numeri che appaiono è positivo, allora è Paolo che vince, se il prodotto è negativo, sarà Pietro il vincitore. Dopo qualche partita, Paolo si rende conto che Pietro vince più spesso di lui. A questo punto, per avere maggiore fortuna, propone a Pietro di togliere una carta che ha un numero negativo e di ricominciare il gioco con le cinque carte rimanenti.

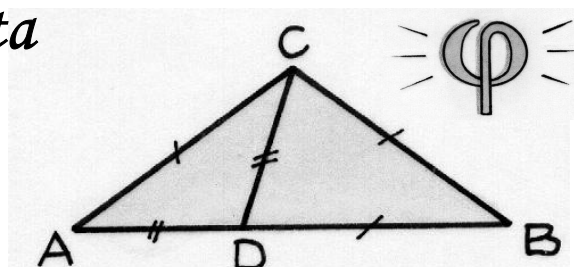
Paolo aveva ragione? Giustificare la risposta.

Ejercicio 2
5 puntos

De oro y de plata

Los tres triángulos ABC, BCD y ACD son isósceles.

Calcula sus ángulos.



Ejercicio 3
7 puntos

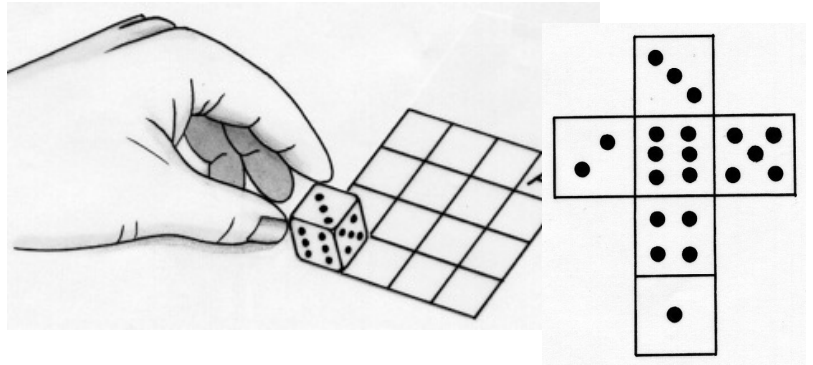
Dado rodando

La suma de los números marcados sobre las caras opuestas de un dado es igual a 7.

Se coloca un dado de 6 caras sobre una trama 4x4 como se indica en la foto adjunta. La cara del dado en contacto con la trama es el 4. Las celdas de la trama tienen las mismas dimensiones que las caras del dado.

El dado voltea de celda en celda sobre sus aristas en seis movimientos hasta la celda señalada con la letra A. Así obtenemos 20 caminos distintos.

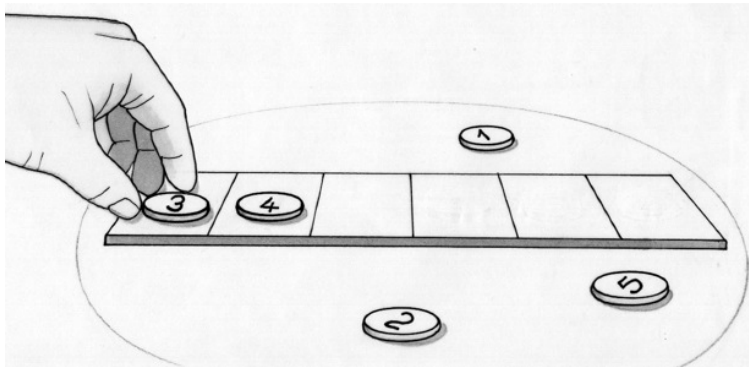
A cada camino le corresponde la suma de los puntos de las caras que han estado en contacto con la trama.



Encuentra un camino que dé la suma más pequeña y otro camino que dé la suma más grande.

Ejercicio 4
5 puntos

Llamada al orden



Sobre un tablero de seis casillas, colocamos cinco fichas numeradas del uno al cinco, con un número diferente en cada ficha.

El juego consiste en desplazar las fichas para colocarlas, de izquierda a derecha, en orden creciente respetando las siguientes reglas:

- en cada desplazamiento, solo puede haber una ficha en cada casilla
- cada ficha solo se puede manipular una vez
- una ficha tiene que saltar por encima de una o de varias fichas;
- al final del juego, la casilla libre debe estar completamente a la derecha.

Al principio del juego, la ficha ③ está sobre la primera casilla de la izquierda y la ficha ④ sobre la segunda. Señala las posibles posiciones de las otras tres fichas al principio del juego.

Ejercicio 5
7 puntos

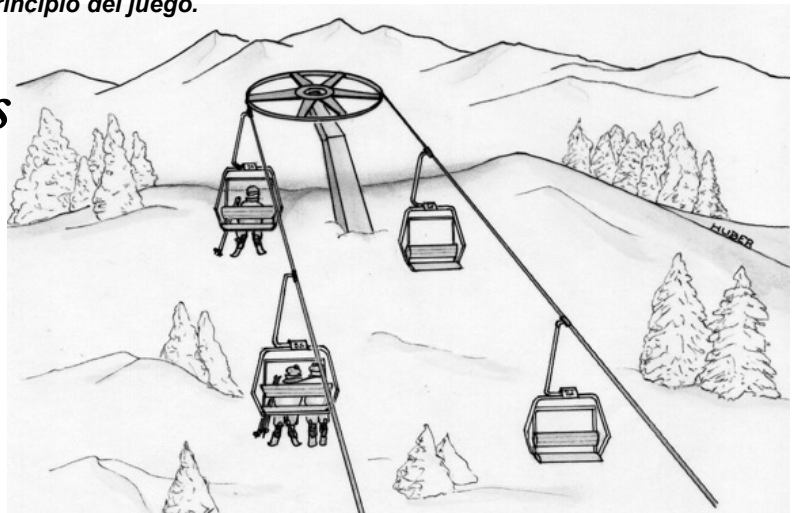
Sillas cruzadas

Durante sus vacaciones en la nieve, Oscar está sentado en la silla 110 de un telesilla, se cruza con la silla 130.

Al mismo tiempo, su hermana Eloïse que está subida en el asiento 290, se cruza con la silla 250.

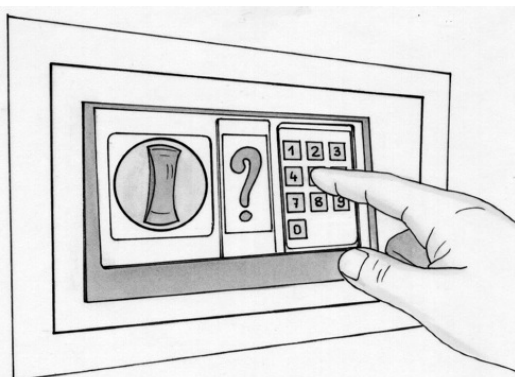
Las sillas, regularmente espaciadas, están colgadas en orden numérico empezando por la silla 1.

Deduce de sus observaciones el número total de sillas. Justifica la respuesta.



Ejercicio 6
5 puntos

Cifras y letras



Astrid ha escrito 5 ecuaciones con las letras de su nombre para encontrar, llegado el caso, el código de 6 cifras de su caja-fuerte.

$$\begin{aligned} A + S &= T \\ R + I &= A \\ A - S &= D \\ D \times D &= I \\ T : D &= I \end{aligned}$$

Cada letra de su nombre se corresponde con una cifra de su código.

Las 6 cifras de su código son todas diferentes.

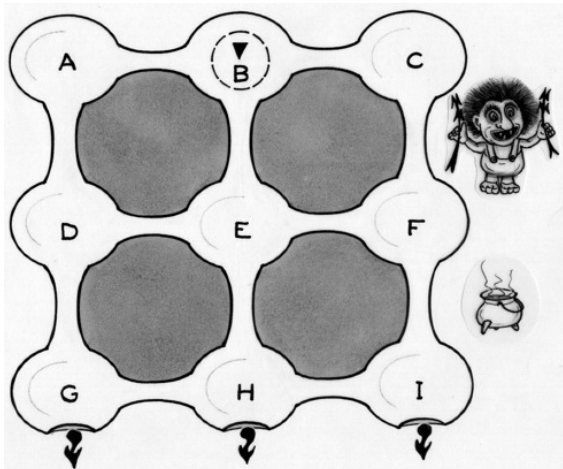
Las 6 cifras de su código se escriben en el mismo orden que las letras de su nombre.

Encuentra el código de Astrid. Justifica la respuesta.

Ejercicio 7 puntos

Demasiados trolls

Has caído en un laberinto de salas donde deambulan trolls, criaturas tan repulsivas como peligrosas. Tu meta: ¡Salir sin que te cojan!



Para eso, dispones de un mapa del sitio, de 20 pociones mágicas e informaciones valiosas:

- hay 9 salas que contienen en total 72 trolls de los cuales 11 están en la sala C;
- la sala B, en la que has caído, está vacía;
- la suma de los trolls presentes en tres salas alineadas, incluyendo la diagonal, es siempre el mismo;
- cada poción mágica permite inmovilizar un solo troll;
- solo se puede salir de una sala inmovilizando a todos los trolls que allí se encuentran. Se sale del laberinto por la sala G o la sala H o la sala I.

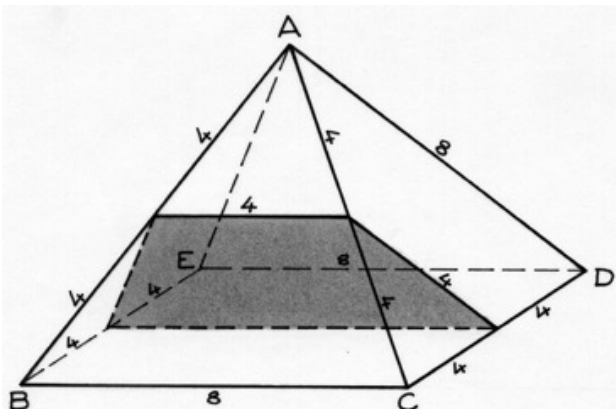
¿Qué camino tienes que elegir para salir de este laberinto? Justifica la respuesta.

Ejercicio 9 7 puntos

Despiece

Se corta, una pirámide de vértice A y de base cuadrada BCDE, por un plano que pasa por el punto medio de las aristas [CA], [CD], [BA], [BE]. Se obtiene dos sólidos: un hexaedro y un pentaedro. La unidad de longitud es el cm.

Construye los desarrollos de estos dos sólidos.

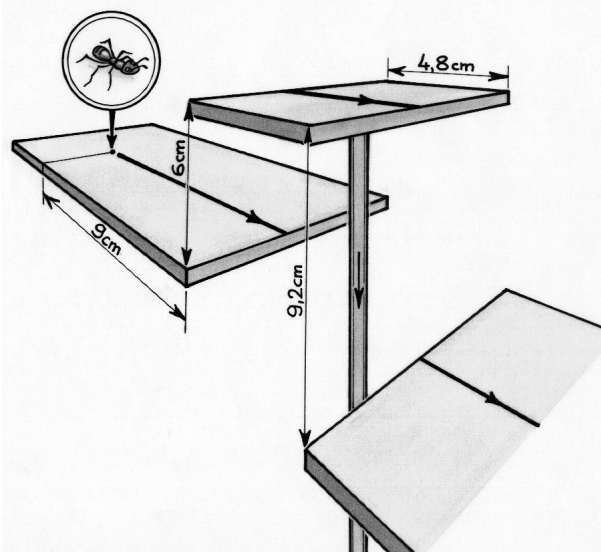


Ejercicio 8

5 puntos

Juego de plataforma

Sobre una pista, una hormiga se desplaza siguiendo la línea mediana a velocidad constante. La plataforma baja a velocidad constante.



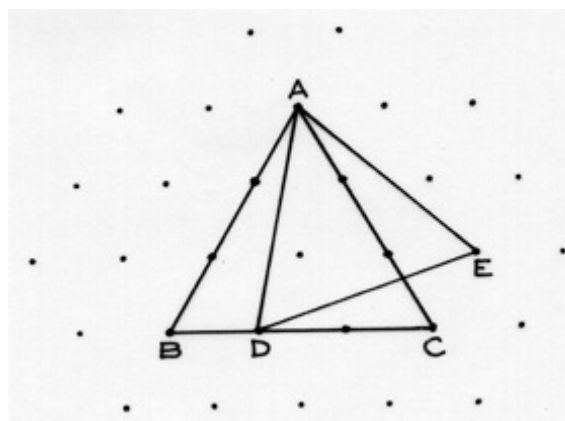
En el instante en que la hormiga está a 9 cm del borde del pozo, la plataforma de 4,8 cm de ancho, sobresale 6 cm sobre la pista de salida y 9,2 cm sobre la pista llano. No puede franquear escalones.

¿Puede la hormiga franquear el pozo sin incidentes? Justifica la respuesta.

Ejercicio 10

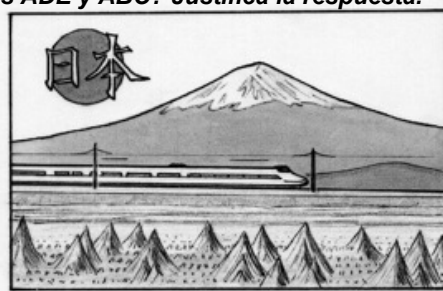
10 puntos

Proporción puntillosa



Se trazan los triángulos equiláteros ADE y ABC sobre una trama equilátera.

¿Cuál es la proporción entre las áreas de los triángulos ADE y ABC? Justifica la respuesta.



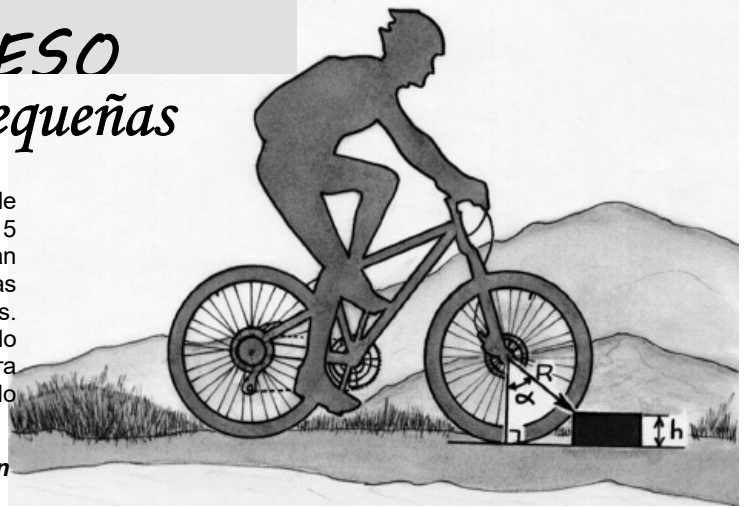
ESPECIAL 4º ESO

Ejercicio 11
5 puntos

Sin las ruedas pequeñas

Hasta el 2012 el diámetro de las ruedas de las bicicletas de montaña para adultos era de 26 pulgadas. Desde el 2015 todos los constructores de bicicletas de montaña han abandonado ese diámetro. Las bicis están ahora equipadas con ruedas de 27,5 pulgadas o ruedas de 29 pulgadas. Cuando la rueda de radio R se encuentra con un obstáculo de altura h , el ciclista tiene que hacer un esfuerzo para franquear ese obstáculo. Mientras más pequeño es el ángulo α , menor es el esfuerzo que hay que realizar.

Para una altura h de 8 pulgadas, calcula el ángulo α con las tres medidas de diámetro.



Ejercicio 12
7 puntos

Libertad – Igualdad - Fracciones

$$\begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 3 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 9 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Aquí tienes un cuadro con dos igualdades. La primera, numérica es bastante sorprendente. **Demuestra que es verdadera.**

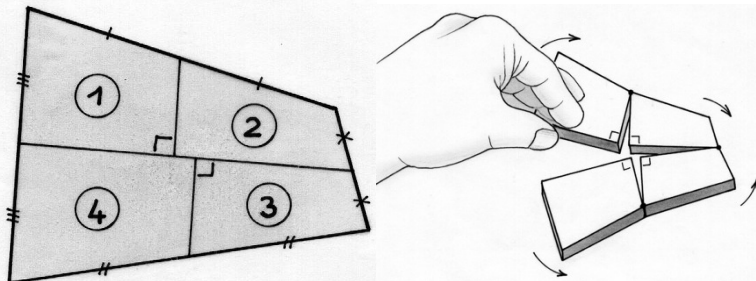
$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline c \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & c \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline b & a \\ \hline c & c \\ \hline \end{array}$$

En la segunda, a , b y c designan tres cifras. **Demuestra que esta igualdad es verdadera, sean cuales sean las cifras a , b y c siempre que c sea distinto de 0.**

Mathématiques
SANS
Frontières

Ejercicio 13 para los segundos GT
10 puntos

Formula área



¿Cómo calcular el área de un cuadrilátero convexo cualquiera?

La siguiente manipulación permite descubrir una fórmula:

«Traza un cuadrilátero convexo y sitúa los puntos medios de los cuatro lados. Traza en rojo el segmento que une los puntos medios de dos lados opuestos. Traza en verde el segmento perpendicular al segmento rojo que pasa por otro punto medio. Después traza en azul el segmento perpendicular al segmento rojo que pasa por el 4º punto medio. Recorta el cuadrilátero en cuatro trozos siguiendo los segmentos de colores. Une estos trozos para obtener un rectángulo en el que será fácil de calcular el área.»

Demuestra que la figura obtenida es un rectángulo. Pega el rectángulo sobre la hoja-respuesta.

Dibuja otro cuadrilátero convexo cualquiera.

Después de indicar qué segmentos hay que medir en este cuadrilátero, escribe la fórmula que permite calcular su área.

Ejercicio 13 para los segundos Pro
10 puntos

Se enfría

Ha ocurrido un crimen. Los indicios hallados muestran que la señora Pilton ha sido asesinada en el mismo momento que metía su bolsa de té en el agua hirviendo. Los expertos MsF llegan al lugar de los hechos a las 17h 12 min. Toman la temperatura del té: 30°C. Su laboratorio ha determinado que, si la temperatura tomada

es T , entonces en el minuto anterior era: $\frac{107T - 141}{100}$.

Con la ayuda de estas informaciones, determina la hora del crimen.

Se acepta una solución obtenida con una hoja de cálculo.

