

Matematika Határok Nélkül Próbaforduló - 2017

1. feladat
7 pont

Többé vagy egyre kevésbé ?

A megoldást angol, német, francia, olasz vagy spanyol nyelven fogalmazták meg legalább 30 szóban.

Peter hat auf den Tisch sechs Karten gelegt, die völlig gleich aussehen. Auf der anderen Seite trägt jede von ihnen jeweils eine der Zahlen +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Peter schlägt seinem Freund Paul das folgende Spiel vor: beide drehen gleichzeitig eine Karte um. Ist das Produkt der beiden Zahlen positiv, so ist Paul der Gewinner. Wenn das Produkt negativ ist, gewinnt Peter.

Nach einigen Runden stellt Paul fest, dass Peter öfter gewinnt. Um seine Chancen zu erhöhen, schlägt er vor, eine der Karten mit einer negativen Zahl aus dem Spiel zu entfernen und mit fünf Karten weiterzuspielen.

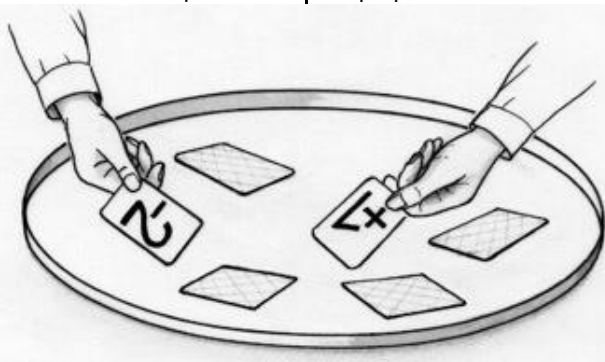
Hat Paul recht? Begründe die Antwort.

Pedro ha colocado sobre la mesa seis cartas que presentan un verso idéntico. En el anverso de cada una de ellas figuran respectivamente los números +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pedro propone entonces a su amigo Pablo el siguiente juego : cada uno levante simultáneamente una carta ; si el producto de los dos números que aparecen es positivo, Pablo gana ; si el producto es negativo, Pedro es el ganador.

Tras algunas partidas, Pablo se da cuenta de que Pedro gana más a menudo que él. Así, para aumentar sus posibilidades, propone a Pedro que quite una carta que tenga un número negativo y que retome el juego con las cinco cartas restantes.

¿ Tiene Pablo razón ? Justifique su respuesta.



Peter put six cards down on the table. All of them have an identical back and on the other side they respectively show +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Then Peter suggests the following game to his friend Paul: they both simultaneously turn up one card. If the product of the two numbers is positive, Paul wins. If the product is negative, Peter is the winner.

After a few games, Paul notices that Peter wins more often. So, in order to increase his chances of success, he proposes that Peter should take away one card with a

negative number and then start the game again with the five cards.

Is Paul right ? Justify your answer.

Pietro ha posto sulla tavola sei carte da gioco con un retro identico. Sul davanti di ciascuna ci sono i seguenti numeri: +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pietro propone al suo amico Paolo questo gioco: ciascuno deve girare contemporaneamente una carta.

Se il prodotto dei due numeri che appaiono è positivo, allora è Paolo che vince, se il prodotto è negativo, sarà Pietro il vincitore.

Dopo qualche partita, Paolo si rende conto che Pietro vince più spesso di lui. A questo punto, per avere maggiore fortuna, propone a Pietro di togliere una carta che ha un numero negativo e di ricominciare il gioco con le cinque carte rimanenti.

Paolo aveva ragione? Giustificate la risposta.

Pierre a posé sur la table six cartes présentant un verso identique. Au recto de chacune d'elles, figurent respectivement les nombres +1,+2,+3,-1,-2,-3.

Pierre propose alors à son, ami Paul le jeu suivant : ils retournent simultanément chacun une carte. Si le produit des deux nombres qui apparaissent est négatif, alors Pierre gagne, s'il est positif, c'est Paul qui gagne.

Après quelques parties, Paul observe que Pierre gagne plus souvent que lui. Aussi, pour augmenter ses chances de gagner, il propose à pierre d'enlever une carte portant un nombre négatif et de reprendre le jeu avec les cinq cartes restantes.

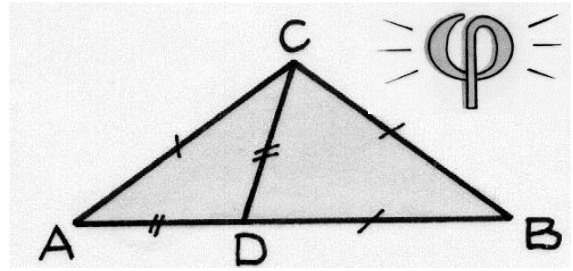
Paul a-t-il raison ? Justifier la réponse.

2. feladat
5 pont

Aranyból, ezüsből

Az ABC, BCD és ACD háromszögekmindegyike egyenő szárú.

Számítsátok ki a háromszögek szögeit!

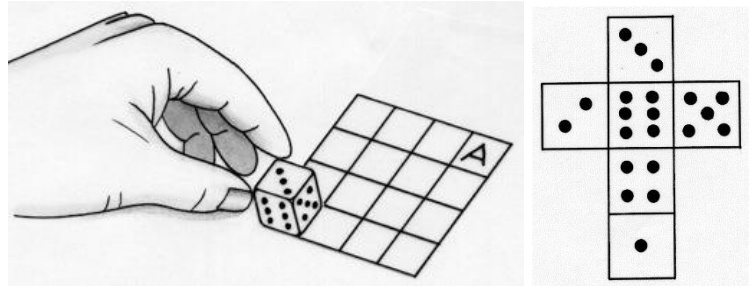


3. feladat
7 pont

A kocka el van vetve!

A dobókockák szemköztes oldalain lévő számok összege 7. Egy kockát a 4-es számmal az alján ráhelyezünk egy 4x4-es négyzethálóra az ábrán látható módon. A kocka lapjai méretben megegyeznek a négyzetháló egy-egy négyzetével.

A kockát úgy mozgatjuk a rácson, hogy egyik éle mentén átforduljon a szomszéd négyzetre. Összesen hat ilyen mozgatással juttassátok el a kockát az A jelű négyzetre, s közben adjátok össze a kockának a ráccsal érintkező oldalán lévő számokat. Több úton is eljuthattok a célig, s mindegyikhez tartozik egy-egy összeg.



Találjátok meg azt a két utat, amelyikhez a legkisebb, illetve a legnagyobb összeg tartozik!

4. feladat
5 pont

Hideg tea



Bűntény történt!

A nyomok alapján megállapítható, hogy madame Piltont éppen abban a pillanatban gyilkolták meg, amikor a teafiltert behelyezte a forrásban lévő vízbe.

Az MSF szakértői 17 óra 12 perckor értek a tetthelyre. Megmérték a tea hőmérsékletét: 30°C . A laboratóriumuk megállapította, hogy ha a vizsgált hőmérséklet egy adott pillanatban T , akkor egy perccel korábban $\frac{107T-141}{100}$ volt.

Ezen információk segítségével határozzátok meg a bűncselekmény időpontját!

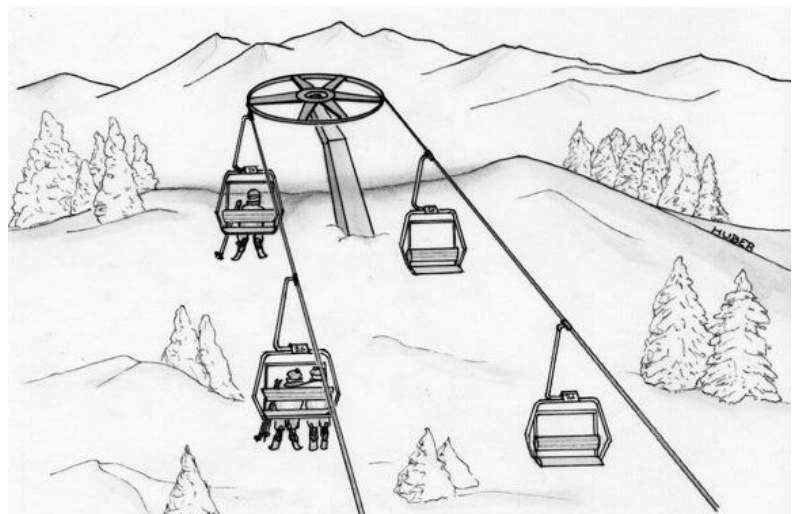
5. feladat
7 pont

Sífelvonó

A téli szünetben Oszkár felült a sífelvonó 110-es számú ülésére. Éppen ekkor ment el mellette ellenkező irányban a 130-as számú ülés. Ugyanekkor húga, Eloïse a 290-es ülésen ült, s a 250-es ülés haladt el mellette.

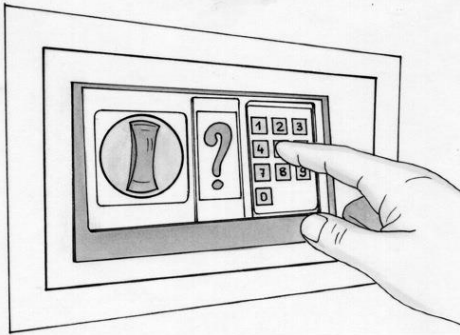
Az üléseket a kötélpályán azonos távolságban helyezték el és egyesével számozták növekvő sorrendben 1-től kezdődően.

Hány szék volt összesen a kötélpályán? A válaszotokat indokoljátok!



6. feladat
5 pont

Titkos kód



Astrid 5 egyenletet írt fel a nevének betűivel. Egy-egy betű történetesen a páncélszekrénye kódjának egy-egy számjegyének felel meg.

$$\begin{aligned} A + S &= T \\ R + I &= A \\ A - S &= D \\ D \times D &= I \\ T : D &= I \end{aligned}$$

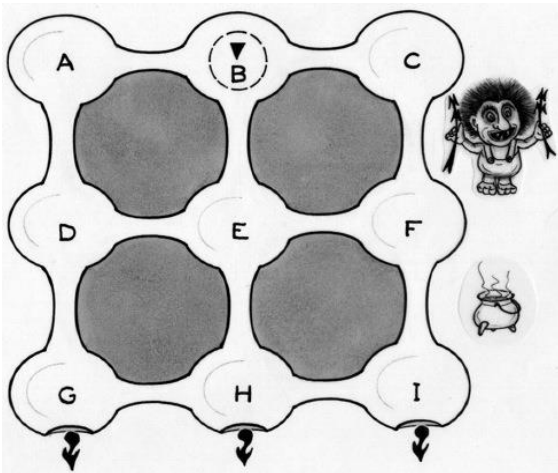
A titkos kód 6 számjegye mind különböző, és a kód számjegyeinek sorrendje megegyezik a keresztnéve betűinek sorrendjével.

Adjátok meg Astrid kódját! A válaszokat indokoljátok!

7. feladat
7 pont

Jönnek a trollok!

Képzeljétek el, hogy egy szörnyű pillanatban arra eszméltek, hogy egy visszataszító és veszélyes vándortrollokkal teli labirintusban vagytok! A cél: kijutni innen anélkül, hogy elkapjanak a trollok!



Segítségül rendelkezésetekre áll a labirintus térképe, 20 adag varázsital és néhány értékes információ:

- a 9 helyiségben összesen 72 troll tartózkodik, ezek közül a C-ben 11;
- a B terem, amelybe valamilyen úton-módon bekerültek, üres;
- az egy vonalban - átlósan is - elhelyezkedő termekben lévő trollok összege mindig ugyanannyi;
- minden adag varázsital segítségével megbéníthatók 1-1 trollt;
- egy teremből csak úgy juthattok ki, ha megbénítjátok az összes ott található trollt;
- a labirintus kijáratai a G, H és az I jelű teremben vannak.

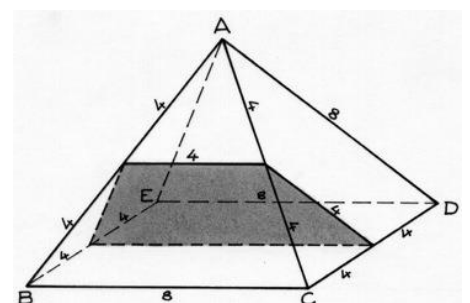
Milyen úton juthattok ki a labirintusból? Indokoljátok a válaszotokat!

9. feladat
7 pont

Szeljük ketté!

Egy egyenes gúlának a BCDE négyzet az alapja és az A pont a csúcsa. Kettévágjuk a gúlát a [CA], [CD], [BA], [BE] élek felezőpontján átmenő sík mentén. Az ábrán az élek hossza cm-ben van megadva.

Szerkesszék meg az így kapott két test hálózatát!



8. feladat
5 pont

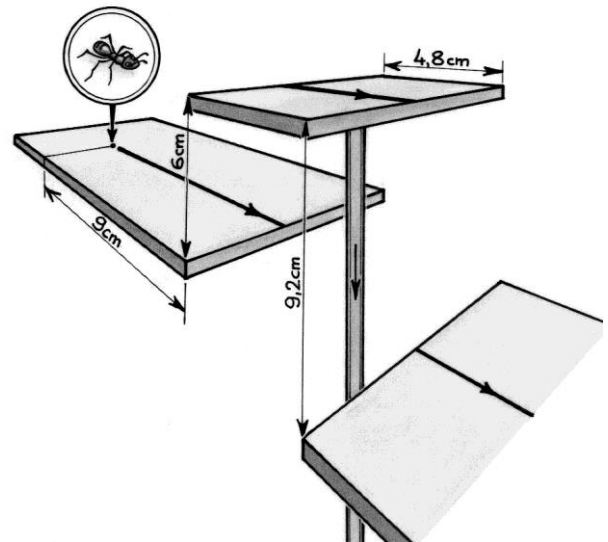
Liftezzünk!

Egy hangya az ábrán látható pályán halad egyenletes sebességgel. Eközben a középső asztal lap ereszkedik szintén állandó sebességgel.

Abban a pillanatban, amikor a hangya 9 cm-re van az asztal szélétől, az ereszkedő lap még 6 cm magasságban van a hangya lapjától és 9,2 cm távolságra a harmadik asztallaptól.

A hangya csak vízszintesen tud haladni, a szintkülönbség leküzdhetetlen akadályt jelent számára.

Lehetséges-e, hogy a hangya a harmadik asztalig elér, és ott folytatja az útját? Indokoljátok a válaszotokat!

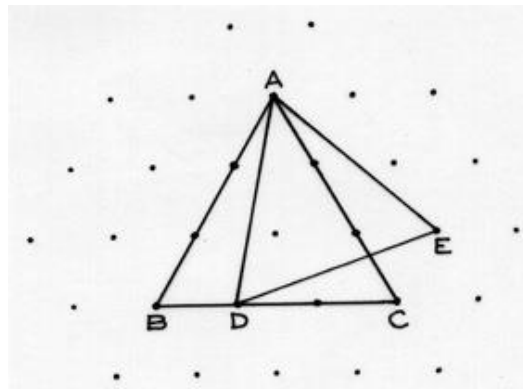


10. feladat
5 pont

Pont-os arány

Két egyenlő oldalú háromszöget (ABC és ADE) rajzoltunk az ábrán látható módon.

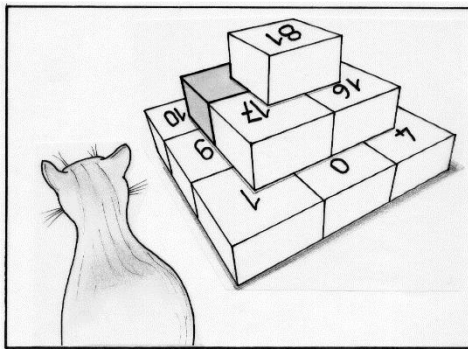
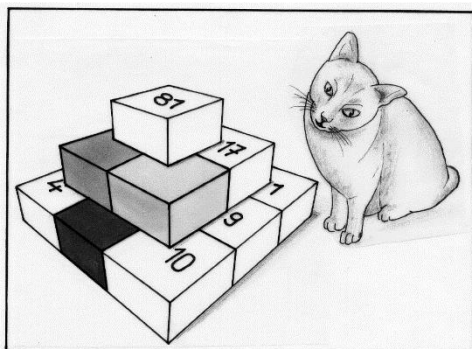
Számítsátok ki az ADE és ABC háromszögek területének arányát!



11. feladat
5 pont

Bűvös piramis

Az ábra egy 14 téglából épített piramisnak a képét mutatja két különböző nézőpontból.



Bármely téglára írt szám megegyezik annak a négy téglára írt szám összegével, amelyen az adott téglá áll.

Számítsátok ki a szürkén jelzett téglákra írt számokat!

12. feladat
5 pont

SZABADSÁG – EGYENLŐSÉG - Törtek

Az ábrán két egyenlőség látható, az első számokkal. A másodikban a, b és c három tetszőleges számjegyet jelent (c≠0).

Mutassátok meg, hogy a meglepő egyenlőség valóban fennáll általánosan is!

Bizonyítsátok be, hogy bármely számjegyet jelent is a, b és c (c≠0), az egyenlőség fennáll !

$$\frac{9}{5} + \frac{3}{5} = \frac{93}{55} + \frac{39}{55}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ab}{cc} + \frac{ba}{cc}$$

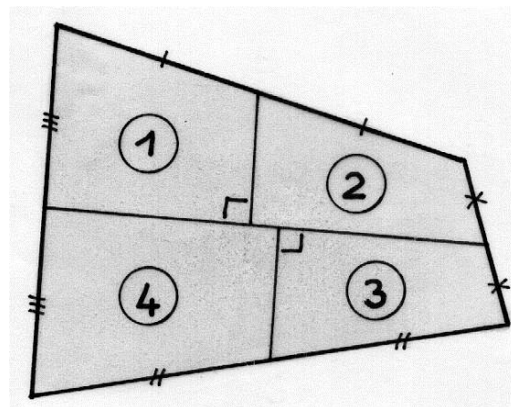
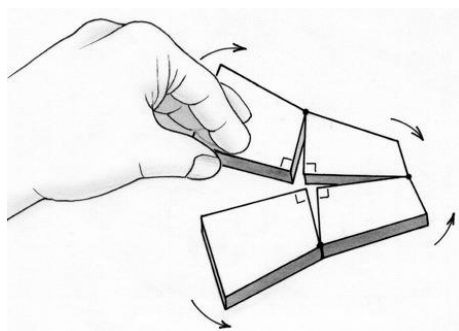
13. feladat
10 pont

Képlet van?

Hogyan számoljuk ki egy konvex négyszög területét?

A következő eljárás segítségével találhattok egy képletet a területszámításhoz:

„Rajzolj egy konvex négyszöget és jelöld be a négy oldalán a felezőpontokat. Húzd be pirossal az egyik pár szemköztes oldalak felezőpontját összekötő vonalat. Ezután rajzold be zölddel a másik szemköztes oldalpár felezőpontjaiból a piros szakaszra állított merőlegeseket. Vágjuk a négyszöget négy darabra a piros és a zöld vonalak mentén, majd illesszük össze úgy a darabokat, hogy azok egy téglalapot alkossanak, amelynek már könnyű lesz kiszámítani a területét!”



Bizonyítsátok be, hogy a kapott síkidom valóban egy téglalap!

Vájjátok ki a leírt módon és ragasszátok fel a téglalapot a válaszlapra!

Rajzoljatok egy másik konvex négyszöget! Adjátok meg, mely szakaszok hosszát kell ismerni a rajzolt négyszögben ahhoz, hogy képletet alkossatok négyszög területének kiszámítására!