

# Mathematik Ohne Grenzen

Wettbewerb vom 26. Februar 2008



- Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Mit Ausnahme der Aufgaben 2, 3, 4 und 7 muss die Lösung stets begründet werden.
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.

Mathématiques  
SANS  
Frontières

## Aufgabe 1 7 Punkte

## Nichts wie weg!

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

La nuit est noire et sans lune. Juliette, Romain, Antoine et Sophie sont poursuivis par de dangereux brigands. Pour échapper à leurs poursuivants ils doivent franchir un précipice en passant sur une passerelle en très mauvais état. Elle supporte le poids de deux personnes au maximum.

Il faut absolument un éclairage pour traverser. Les quatre amis ne disposent que d'une seule lanterne qui s'éteindra dans une demi-heure.

Juliette est rapide: elle est capable de traverser la passerelle en une minute. Romain a besoin de deux minutes pour cette traversée. Antoine est lent, il lui faut dix minutes. Sophie est encore plus lente, vingt minutes lui sont nécessaires.

Si deux amis traversent ensemble, ils avanceront au rythme du plus lent.

Tous les quatre ont réussi à traverser en moins de trente minutes.

**Expliquer leur stratégie.**

It is a dark and moonless night. Juliet, Rob, Tony and Sophie are being chased by dangerous bandits. In order to escape they have to cross a precipice on a footbridge which is in a very bad state. It can hold the weight of two persons only.

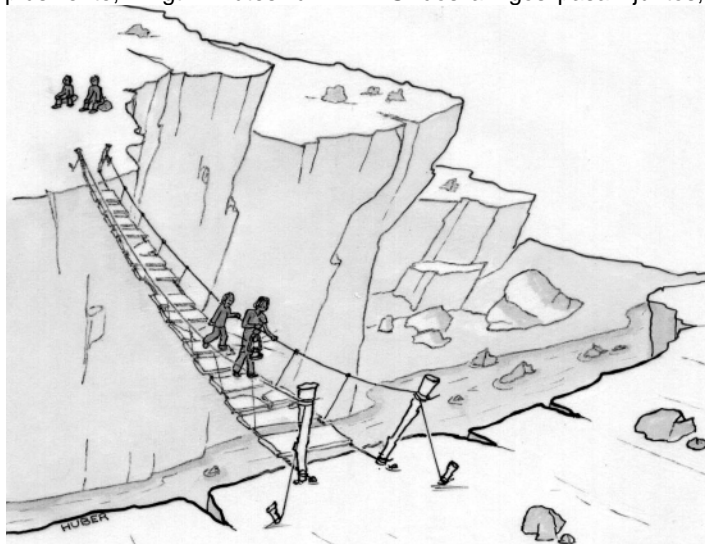
A light is absolutely needed to cross. The four friends have only got one lantern which will go out in half an hour.

Juliet is quick; she can cross the footbridge in one minute. Rob needs two minutes to do that. Tony is slow: ten minutes will be necessary. Sophie is even slower: she will need twenty minutes.

If two friends cross together, they will move according to the rhythm of the slowest.

The four of them managed to cross in less than thirty minutes.

**Explain their strategy.**



La noche es oscura y sin luna. Julieta, Román, Antonio y Sofia están perseguidos por unos bandidos. Para escaparles, tienen que franquear un precipicio pasando por una pasarela en muy mal estado. Soporta el peso de dos personas como máximo.

Se necesita absolutamente una luz para poder cruzar. Los cuatro amigos sólo tienen una linterna que se apagará dentro de media hora.

Julieta es rápida, es capaz de pasar la pasarela en un minuto. Román necesita dos minutos para pasar. Antonio es más lento, necesita diez minutos.

Sofia es todavía más lenta, necesita veinte minutos.

Si dos amigos pasan juntos, avanzarán al ritmo del más lento.

Los cuatro llegaron a pasar en menos de treinta minutos.

**Explica su estrategia.**

La notte è scura e senza luna. Giulietta, Romano, Antonio e Sofia sono inseguiti da pericolosi briganti. Per sfuggire ai loro inseguitori devono superare un precipizio passando su una passerella molto danneggiata che sopporta al massimo il peso di due persone.

Per il passaggio occorre, anche, assolutamente una luce.

I quattro amici hanno a disposizione solo una lanterna con un'autonomia massima di mezz'ora. Giulietta è veloce; è capace di percorrere la passerella in un minuto. Romano ha bisogno di due minuti; Antonio è lento; gli occorrono dieci minuti. Sofia, ancora più lenta, necessita di venti minuti.

Se due amici attraversano insieme avanzano al ritmo del più lento.

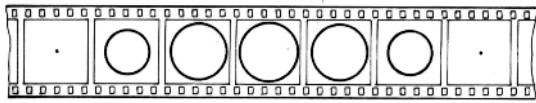
Alla fine, tutti e quattro riescono a passare in meno di trenta minuti.

**Spiegare la loro strategia.**

**Aufgabe 2**  
**5 Punkte**

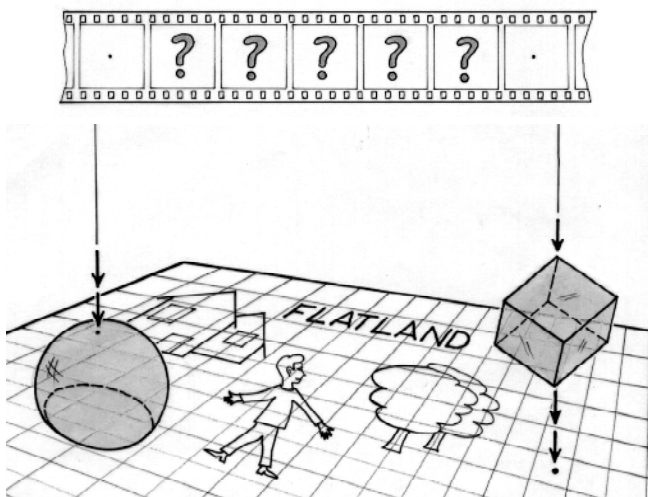
# Flächenland

Flächenland ist eine ebene, zweidimensionale Welt. Wenn eine Kugel diese Welt durchquert, beobachtet man diese Erscheinung dort so, wie sie auf dem abgebildeten Filmstreifen zu sehen ist:



Die sieben Bilder zeigen in gleichen zeitlichen Abständen die Berührung und den Schnitt der Kugel mit Flächenland. Eines Tages schickt sich ein Würfel an, Flächenland zu durchqueren. Er bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit, in Richtung einer seiner Raumdiagonalen, orthogonal zu Flächenland. Dabei wird zuerst eine seiner Ecken als Punkt und dann die Schnittfläche sichtbar.

**Vervollständigt auf dem Antwortblatt den zweiten Filmstreifen so, dass er die Passage des Würfels durch Flächenland zeigt.**



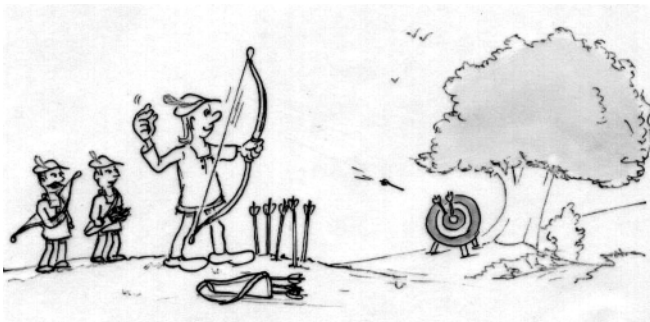
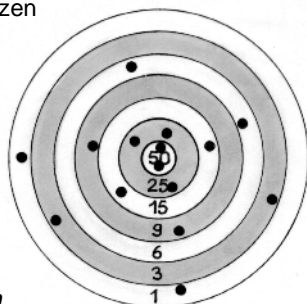
**Aufgabe 4**  
**5 Punkte**

# Nur Treffer!

Jeder von drei Bogenschützen hat fünf Schüsse auf die selbe Scheibe abgegeben. Die Einschusslöcher sind in der rechten Abbildung zu sehen.

Alle drei Schützen haben die gleiche Anzahl von Punkten erreicht.

**Findet heraus, wie sich die einzelnen Punktzahlen auf die drei Bogenschützen verteilen.**



**Aufgabe 3**  
**7 Punkte**

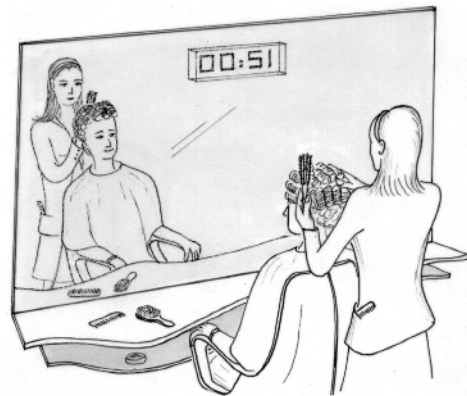
# Reflexionsreflex

Verträumt hängt Roselyne ihren Gedanken nach, während sich die Friseurin mit ihren Locken beschäftigt.

„Mensch, ich komme zu spät!“ ruft sie erschrocken, als ihr Blick auf die Digitaluhr an der Wand des Friseursalons fällt. Doch da erkennt sie auch schon ihren Irrtum: Sie hat die Anzeige der Uhr mit deren Spiegelbild verwechselt und sich deshalb um 20 Minuten getäuscht.

Die Anzeige der Uhr geht von 00:00 bis 23:59 und verwendet die Ziffern 1234567890.

**Zu welchem Zeitpunkt hat Roselyne auf die Uhr geschaut? Gebt auch die anderen Zeiten an, bei denen sich die Anzeige der Uhr und deren Spiegelbild um 20 Minuten unterscheiden.**



**Aufgabe 5**  
**7 Punkte**

# Kopfgeburten



Um seine geliebte Prinzessin zu befreien, muss ein stolzer Ritter nach zahlreichen Prüfungen noch einen der siebenköpfigen Drachen besiegen. Die einzelnen Köpfe dieser Drachen können von drei Arten sein:

Es gibt Schnabelköpfe, Ohrenköpfe und Schnauzenköpfe. Der Drache auf der Abbildung hat zum Beispiel einen Ohrenkopf, zwei Schnabelköpfe und vier Schnauzenköpfe.

Mit einem Schwertstreich kann der Ritter einen oder zwei Köpfe abschlagen. Schlägt er nur einen Kopf oder zwei gleichartige Köpfe ab, so wachsen diese sofort nach. Schlägt er dagegen mit einem Hieb zwei verschiedenartige Köpfe ab, so wächst ein einziger Kopf der dritten Art nach. Wenn er zum Beispiel gleichzeitig einen Ohrenkopf und einen Schnabelkopf abschlägt, wächst ein Schnauzenkopf nach. Sobald ein Drache keinen Kopf mehr hat, stirbt er.

**Kann der abgebildete Drache besiegt werden? Begründet. Welche der siebenköpfigen Drachen sind unbesiegbar?**

**Aufgabe 6**  
**5 Punkte**

# Abstimmung



Als Julian den Blog seiner Freundin Marjolaine besucht, bemerkt er, dass die Besucher den Blog durch eine Note bewerten können. In einem Anzeigefeld ist die aktuelle Durchschnittsnote angegeben.

Da Julian der Blog gut gefällt, gibt er eine Note, welche um 1 besser ist als die angezeigte Durchschnittsnote.

Nach seiner Stimmabgabe wird die Anzeige aktualisiert und Julian stellt fest, dass die Durchschnittsnote um 0,02 Punkte zugenommen hat.

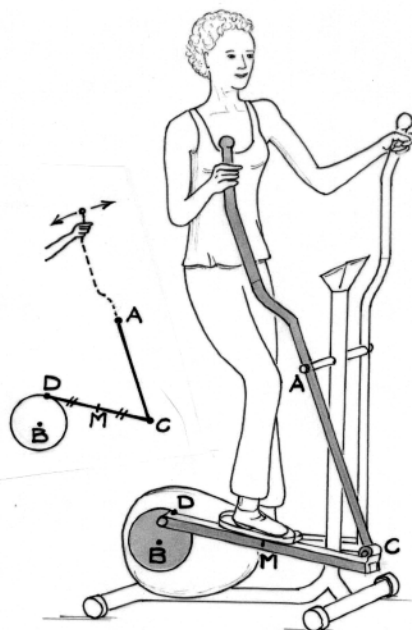
Julian fragt sich nun, wie viele Besucher des Blogs vor ihm ihre Stimme abgegeben haben.

**Berechne die Anzahl der Internetsurfer, die vor Julian den Blog seiner Freundin bewertet haben.**

**Aufgabe 7**  
**7 Punkte**

# Kurventraining

Rita hält sich mit ihrem Heimtrainer in Form. Sie betätigt zwei Hebel, die in einer festen Achse durch den Punkt A drehbar gelagert sind. Die Hebel sind mit zwei Platten verbunden, auf denen die Füße stehen. Die beiden Platten bewegen eine schwere, kreisförmige Massenscheibe. Die Abbildung verdeutlicht den Mechanismus:



Die Punkte A und B sind fest. Der Punkt D bewegt sich auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt B. Die Strecken AC und DC sind beweglich, aber ihre Länge ändert sich nicht.

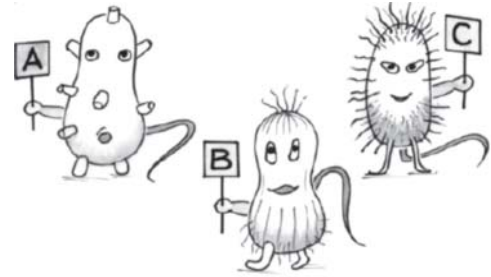
**Übertrag die Abbildung auf das Antwortblatt mit folgenden Maßen:**

$\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{DC} = 5 \text{ cm}$  und  $\overline{BD} = 3 \text{ cm}$ .

**Zeichnet punktwise die Kurve, auf welcher sich der Mittelpunkt M der Strecke DC bewegt, wenn der Punkt D einen vollständigen Kreis um B beschreibt.**

**Aufgabe 8**  
**5 Punkte**

# Mehret euch!



Im Rahmen einer wissenschaftlichen Untersuchung über die Vermehrung von Mikroorganismen interessiert sich Aurélie für drei Arten von Bakterien, die mit den Buchstaben A, B, C bezeichnet werden.

Bei Beginn ihrer Beobachtung hat sie von jeder Art gleich viele Bakterien, doch danach

- verdoppelt sich die Anzahl der Bakterien A in zwei Stunden,
- verdreifacht sich die Anzahl der Bakterien B in drei Stunden,
- verfünffacht sich die Anzahl der Bakterien C in fünf Stunden.

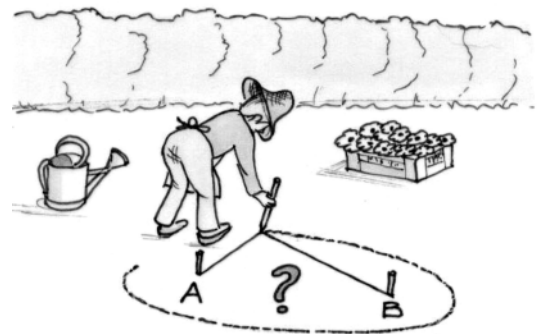
**Welche Bakterienart vermehrt sich am schnellsten und welche am langsamsten? Begründet.**

**Aufgabe 9**  
**7 Punkte**

# Mit der Schnur

Um eine Ellipse zu zeichnen, steckt Madeleine an den Stellen A und B zwei Pflöcke in die Erde.

Das eine Ende einer Schnur wird am Pflöck A befestigt, das andere am Pflöck B. Sie spannt die Schnur mit einem Stab, dessen Spitze den Boden berührt. Indem sie den Stab bei gespannter Schnur bewegt, zeichnet sie eine Ellipse auf den Boden.

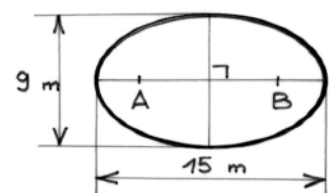


Die große Achse der Ellipse ist die Strecke, deren Endpunkte auf der Ellipse und der Geraden durch A und B liegen.

Die kleine Achse der Ellipse ist die Strecke, deren Endpunkte auf der Ellipse und der Mittelsenkrechten der Strecke AB liegen.

Die Achsen von Madeleines Ellipse sind 9 m und 15 m lang.

**Wie lang ist die Schnur und wie weit sind die Pflöcke A und B voneinander entfernt? Begründet.**



**Aufgabe 10**  
**10 Punkte**

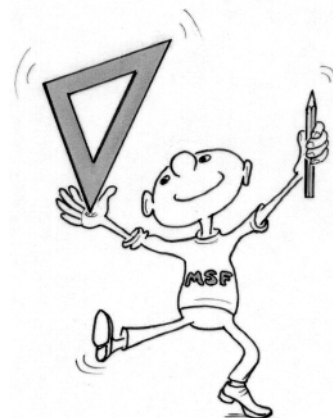
## Simon ist Spitze!

Simon hat nur einen Bleistift sowie ein Zeichendreieck ohne Einheiten, welches zwei Winkel von  $45^\circ$  besitzt.

Er zeichnet ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck, indem er dieses Zeichendreieck mit dem Bleistift umrandet. Es gelingt ihm, den Schwerpunkt und den Inkreismittelpunkt des Dreiecks nur mit seinem Zeichendreieck und seinem Bleistift zu zeichnen.

Simon ist wirklich spitze!

**Beschreibt eine Konstruktionsmöglichkeit nach Simons Methode sowohl für den Schwerpunkt als auch für den Inkreismittelpunkt des Dreiecks. Begründet.**



## Nur für Klassenstufe 11

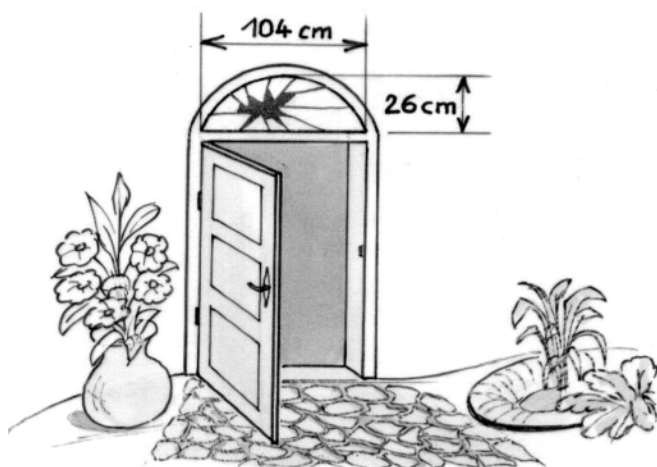
**Aufgabe 11**  
**5 Punkte**

## Scheibenkleister

Elisabeth muss die zerbrochene Scheibe über ihrer Eingangstür auswechseln lassen. Die Scheibe ist durch eine Strecke von 104 cm und einen Kreisbogen begrenzt. Die Höhe der zu ersetzenden Scheibe beträgt 26 cm.

Der Glaser muss den Radius des Kreisbogens kennen, damit er die neue Scheibe zuschneiden kann.

**Berechnet den Radius des Kreisbogens.**

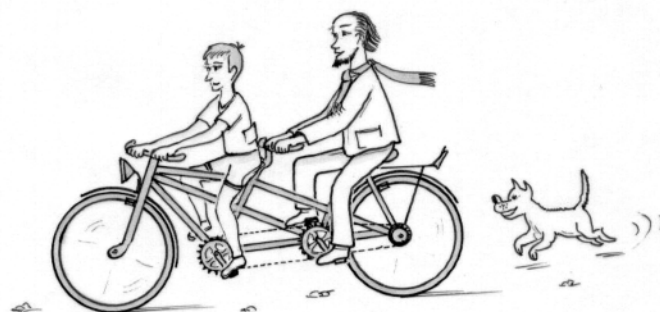


**Aufgabe 12**  
**7 Punkte**

## Alte und Junge

In einer Stadt mit 5000 Einwohnern leben nur alte und junge Menschen.

Aber 20 Prozent der jungen Menschen halten sich für alt und 10 Prozent der Alten halten sich für jung. Alle anderen halten sich für das, was sie sind.



Jedem Einwohner dieser seltsamen Stadt stellt man die gleiche Frage: „Sind Sie alt?“

34% der Einwohner beantworten diese Frage mit „Ja!“

**Wie viele junge Menschen leben in dieser Stadt? Begründet.**

**Aufgabe 13**  
**10 Punkte**

## Magischer Harry

Harry bastelt einen Hexenhut, indem er zwei Kegel aus Karton so aufeinandersetzt, dass ihre Achsen auf einer gemeinsamen Geraden liegen.

Den ersten Kegel erhält er aus einer Kreisscheibe mit einem Radius von 18 cm, indem er die Scheibe entlang eines Radius einschneidet und den Karton in einem Winkel von  $60^\circ$  überlappend zusammenklebt.

Für den zweiten Kegel verwendet er eine Kreisscheibe mit gleichem Radius, aber einer Überlappung von  $180^\circ$ .

**Berechnet die Höhe jedes Kreiskegels und dann die Gesamthöhe des Hutes auf Millimeter genau. Veranschaulicht eure Rechnungen durch eine Zeichnung.**

