in Zusammenarbeit mit der Inspection Pédagogique Régionale und der IREM de Strasbourg

Mathematik Ohne Grenzen

Probewettbewerb 2017

- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.

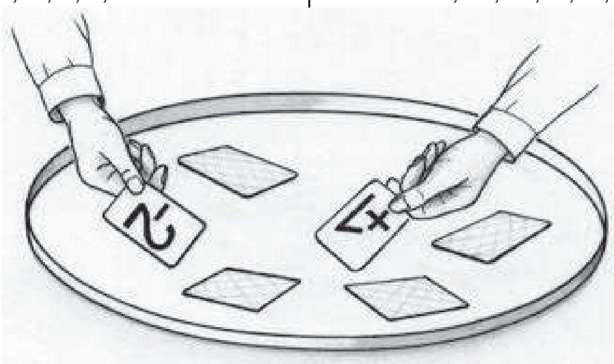
Mathématiques Sans Frontières

Aufgabe 1
7 Punkte

Positive und negative Produkte

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Pierre a posé sur la table six cartes présentant un verso identique. Au recto de chacune d'elles, figurent respectivement les nombres +1,+2,+3,-1,-2,-3.



Pierre propose alors à son, ami Paul le jeu suivant : ils retournent simultanément chacun une carte. Si le produit des deux nombres qui apparaissent est négatif, alors Pierre gagne, s'il est positif, c'est Paul qui gagne.
Après quelques parties, Paul observe que Pierre gagne plus souvent que lui. Aussi, pour augmenter ses chances de gagner, il propose à pierre d'enlever une carte portant un nombre négatif et de reprendre le jeu avec les cinq cartes restantes.

Paul a-t-il raison ? Justifier la réponse.

Peter put six cards down on the table. All of them have an identical back and on the other side they respectively show +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Then Peter suggests the following game to his friend Paul: they both simultaneously turn up one card. If the product of the two numbers is positive, Paul wins. If the product is negative, Peter is the winner.
After a few games, Paul notices that Peter wins more often. So, in order to increase his chances of success, he proposes that Peter should take away one card with a negative number and then start the game again with the five cards.

Is Paul right? Justify your answer.

Pedro ha colocado sobre la mesa seis cartas que presentan un verso idéntico. En el anverso de cada una de ellas figuran respectivamente los números +1, +2, +3, -1, -2, -3.
Pedro propone entonces a su amigo Pablo el siguiente juego : cada uno levante simultáneamente una carta ; si el producto de los dos números que aparecen es positivo, Pablo gana ; si el producto es negativo, Pedro es el ganador.
Tras algunas partidas, Pablo se da cuenta de que Pedro gana más a menudo que él. Así, para aumentar sus posibilidades, propone a Pedro que quite una carta que tenga un número negativo y que retome el juego con las cinco cartas restantes.

¿ Tiene Pablo razón ? Justifique su respuesta.

Pietro ha posto sulla tavola sei carte da gioco con un retro identico. Sul davanti di ciascuna ci sono i seguenti numeri: +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pietro propone al suo amico Paolo questo gioco: ciascuno deve girare contemporaneamente una carta.
Se il prodotto dei due numeri che appaiono è positivo, allora è Paolo che vince, se il prodotto è negativo, sarà Pietro il vincitore.
Dopo qualche partita, Paolo si rende conto che Pietro vince più spesso di lui. A questo punto, per avere maggiore fortuna, propone a Pietro di togliere una carta che ha un numero negativo e di ricominciare il gioco con le cinque carte rimanenti.

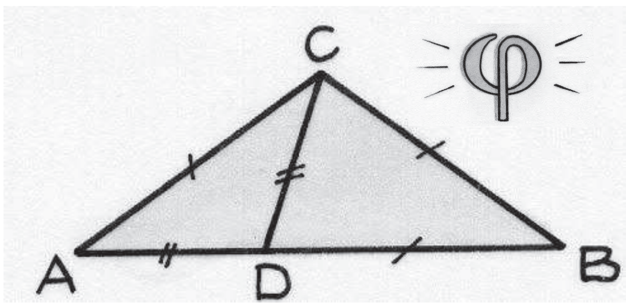
Paolo aveva ragione? Giustificate la risposta.

Aufgabe 2
5 Punkte

Goldig

Die Dreiecke ABC, ADC und DBC sind gleichschenklig.

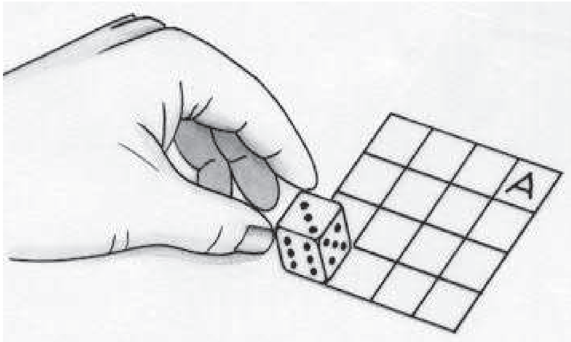
Berechnet ihre Winkel.

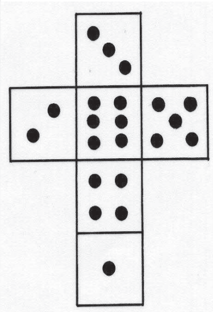


Aufgabe 3 7 Punkte

Würfeln? Rollen!

Bei Spielwürfeln ergibt die Summe gegenüberliegender Zahlen jeweils 7.
Ein Würfel wird mit der 4 nach unten wie in der Abbildung dargestellt auf das linke vordere Kästchen eines Spielfelds gesetzt, dessen 16 quadratische Kästchen genauso groß wie eine Würfelseite sind.
Man kann den Würfel jetzt vorwärts oder seitwärts von einem Kästchen zum nächsten rollen.
Der Würfel soll in 6 Schritten vom linken vorderen Kästchen bis zum Kästchen A gerollt werden. Hierbei gibt es 20 verschiedene Wege.
Bei jedem Weg zählt man die Zahlen auf den Seiten zusammen, die unten auf den Kästchen aufliegen.

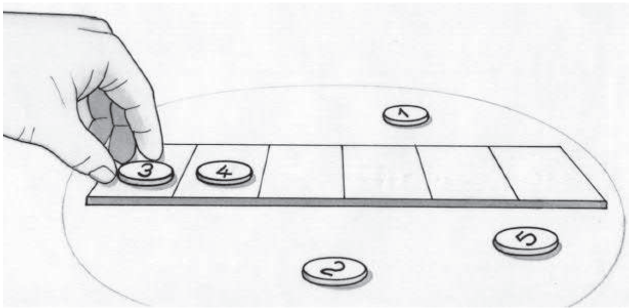




Findet einen Weg, der die kleinstmögliche und einen, der die größtmögliche Summe liefert.

Aufgabe 4 5 Punkte

Alles in Ordnung

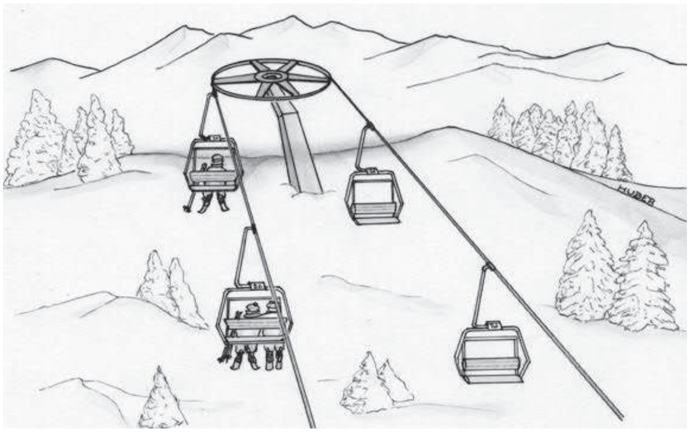


Auf den sechs Feldern eines Spielbretts werden fünf Spielsteine verteilt, die die Zahlen 1-5 tragen. Dabei darf auf jedes Feld nur ein Spielstein gesetzt werden. Dann soll alles in Ordnung gebracht werden, das heißt, die Spielsteine sollen in aufsteigender Reihenfolge von links nach rechts geordnet werden. (Rechts neben der 1 soll die 2 liegen, rechts neben der 2 die 3 usw.)
Dazu muss man mit jedem Spielstein genau einmal ziehen, indem man mit dem Stein einen oder mehrere benachbarte Steine überspringt, um auf dem freien Feld zu landen.
Das Spiel hat schon begonnen. Die 3 wurde ganz nach links gesetzt, die 4 rechts daneben.

Wie müssen die anderen Steine platziert werden, damit mit genau einem Zug pro Spielstein alles in Ordnung gebracht werden kann? Gebt die verschiedenen Möglichkeiten an. Das Feld ganz rechts soll frei bleiben.

Aufgabe 5 7 Punkte

Sessellift

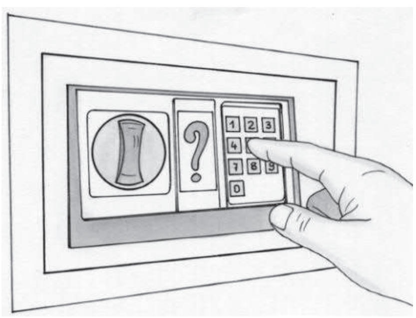


Oskar und seine Schwester fahren gerade im selben Skilift nach oben, aber in unterschiedlichen Sesseln. Oskar sitzt in Sessel 110 und seine Schwester in Sessel 290. In dem Moment, als an Oskar der Sessel 130 vorbeifährt, begegnet Astrid dem Sessel 250.
Die Sessel im Lift haben alle den gleichen Abstand und sind von der 1 an aufsteigend nummeriert.

Wie viele Sessel hat der Skilift? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 6 5 Punkte

Astrids Safe



Astrid hat mit den Buchstaben ihres Namens 5 Gleichungen aufgestellt, die ihr im Notfall helfen sollen, die sechsstellige Zahlenkombination ihres Safes wiederzufinden.

$$A + S = T$$
$$R + I = A$$
$$A - S = D$$
$$D \cdot D = I$$
$$T : D = I$$

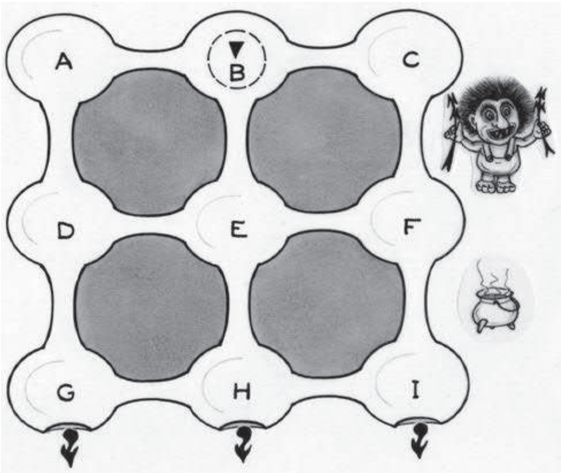
Jeder Buchstabe steht für eine Ziffer. Die 6 Ziffern in der Zahlenkombination sind alle verschieden und werden so angeordnet wie die entsprechenden Buchstaben in Astrids Namen.

Findet die Zahlenkombination für Astrids Safe heraus. Begründet eure Antwort.

Aufgabe 7
7 Punkte

Vorsicht: Trolle!

Ihr habt euch in einem Höhlenlabyrinth verirrt, in dem es gemeine und gefährliche Trolle gibt. Ihr wollt sicher und wohlbehalten wieder herauskommen.



Glücklicherweise hat euch eine Elfe einen Plan des Labyrinths, 20 Portionen Zaubertrank und wertvolle Informationen gegeben.

- Insgesamt gibt es 9 Höhlen. Ihr seid in Höhle B.
- Im gesamten Labyrinth halten sich 72 Trolle auf.
- Die Trolle haben sich so auf die Höhlen verteilt, dass ihre Summe in drei Höhlen, die sich längs, quer oder diagonal in einer Reihe befinden, immer gleich ist.
- Höhle B ist sicher. Dort befindet sich kein Troll.
- In Höhle C gibt es 11 Trolle.
- Mit jeder Portion Zaubertrank könnt ihr genau einen Troll vorübergehend in einen Stein verzaubern.
- Ihr könnt eine Höhle erst dann verlassen, wenn ihr alle Trolle in dieser Höhle verzaubert habt.
- Ihr könnt das Labyrinth durch die Höhlen G, H oder I verlassen.

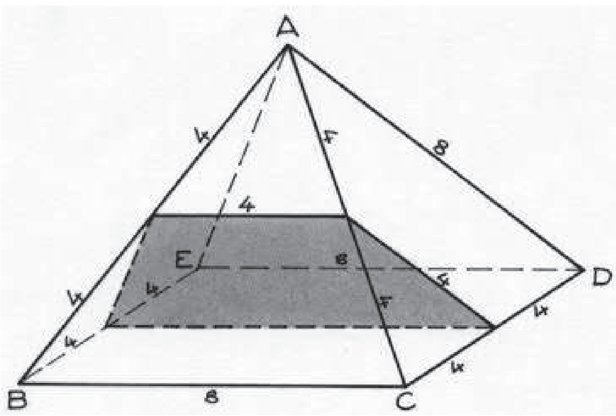
Auf welchem Weg kommt ihr sicher wieder aus dem Labyrinth heraus? Erklärt eure Antwort.

Aufgabe 9
7 Punkte

Pyramidenteile

Die Zeichnung zeigt eine quadratische Pyramide mit der Grundfläche BCDE und der Spitze A. Durch eine Ebene, welche durch die Mittelpunkte der Kanten BE, CD, BA und CA verläuft, wird die Pyramide in zwei Körper geteilt: ein Hexaeder und ein Pentaeder.

Zeichnet ein Netz dieser beiden Körper.
(Längeneinheit 1cm)

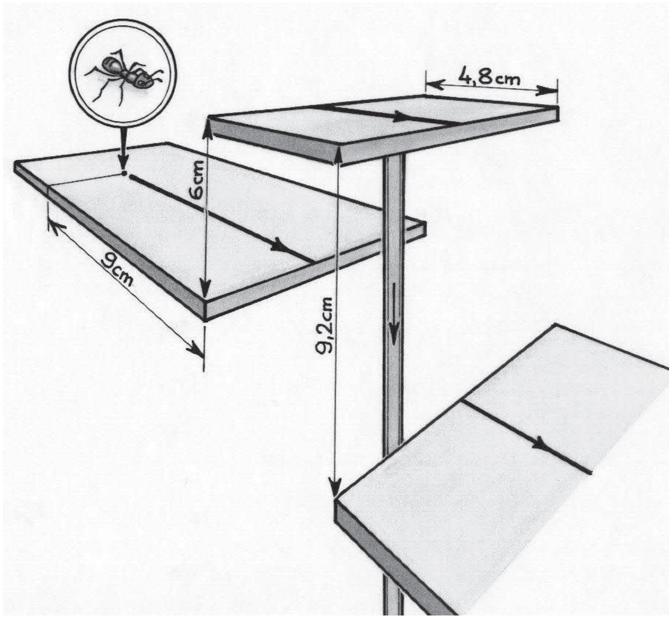


Aufgabe 8 — 5 Punkte

Ameisenbrücke

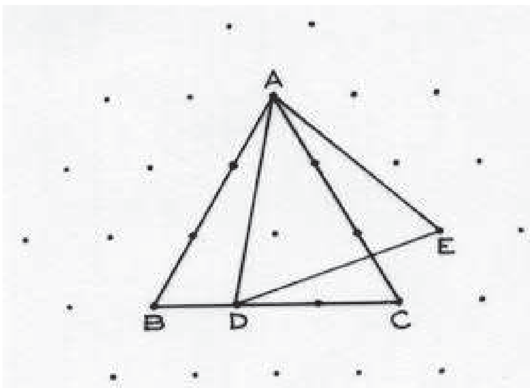
Die Plattform der Länge 4,8 cm senkt sich mit konstanter Geschwindigkeit nach unten ab. Eine Ameise krabbelt auf geradem Weg mit konstanter Geschwindigkeit der Mittellinie entlang. Sie kann sich nur in der Ebene bewegen. Sie kann weder nach oben oder unten springen, noch Stufen hinauf- oder hinunterkrabbeln.

Kann die Ameise mit Hilfe der Plattform vom oberen auf das untere Brett krabbeln? Begründet eure Antwort.
(Die Längenangaben könnt ihr der Zeichnung entnehmen.)



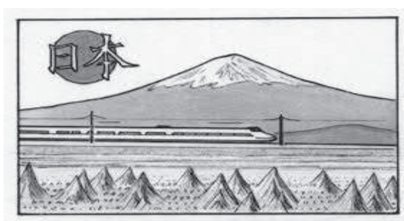
Aufgabe 10 — 10 Punkte

Eine Aufgabe aus Japan



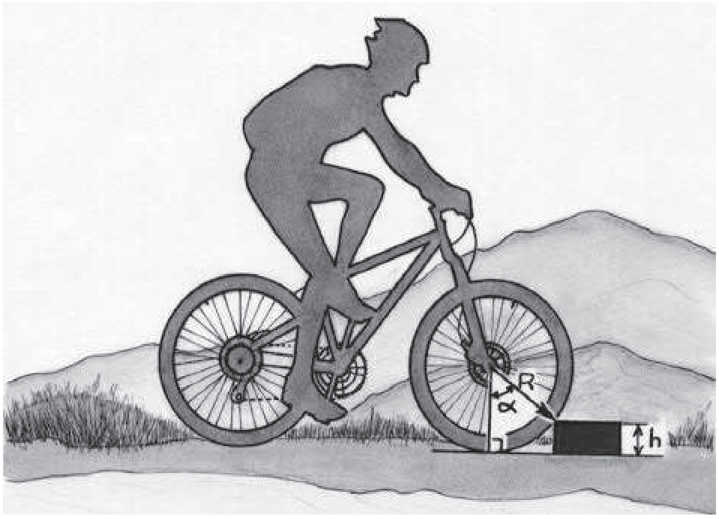
In ein Gitter, bei dem jeder Punkt zu benachbarten Punkten den gleichen Abstand hat, wurden die gleichseitigen Dreiecke ABC und ADE eingezeichnet.

In welchem Verhältnis stehen die Flächen der beiden Dreiecke zueinander? Begründet eure Antwort.



Klasse 10

Aufgabe 11 – 5 Punkte
Auf großem Reifen



Früher hatten alle Mountainbikes Reifen mit einem Durchmesser von 26 Zoll. Seit 2015 werden diese Reifen nicht mehr produziert. Die Bikes haben jetzt Reifen mit einem Durchmesser von 27,5 oder von 29 Zoll. Warum das so ist, kann man mit Hilfe der Mathematik verstehen:

Wenn ein Reifen vom Radius R auf ein Hindernis der Höhe h trifft, entsteht zwischen dem Mittelpunkt des Reifens, dem Berührpunkt von Reifen und Hindernis und dem Punkt auf dem Weg, der senkrecht unter dem Reifenmittelpunkt liegt, ein Winkel α (siehe Skizze). Je größer der Winkel α ist, desto mehr Kraft muss der Fahrer aufwenden, um das Hindernis zu überwinden.

Berechnet für Reifen vom Durchmesser 26, 27,5 und 29 Zoll jeweils den Winkel α, der entsteht, wenn der Reifen auf ein Hindernis der Höhe 8 Zoll trifft, und erklärt, warum Biker jetzt auf großem Reifen fahren.

Aufgabe 12 – 7 Punkte
Spiegelbrüche

$$\frac{9}{5}+\frac{3}{5}=\frac{93}{55}+\frac{39}{55}$$

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{ab}{cc}+\frac{ba}{cc}$$

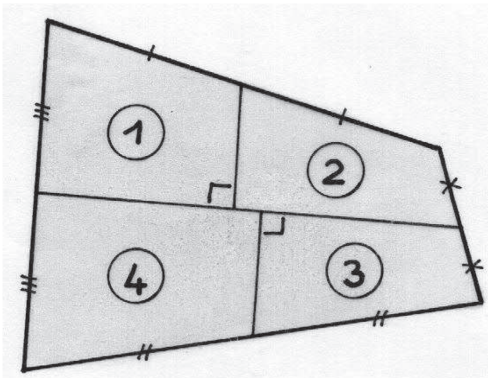
Die Abbildung zeigt zwei erstaunliche Gleichungen.

Weist rechnerisch die Richtigkeit der oberen Gleichung nach.

In der unteren Gleichung sind a und b beliebige Ziffern von 0 bis 9, c ist eine beliebige Ziffer von 1 bis 9.

Zeigt, dass diese Gleichung für beliebige Ziffern a, b und c zutrifft. (c≠0).

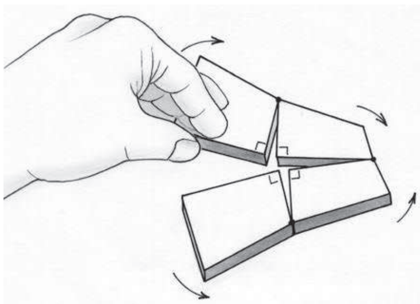
Aufgabe 13 – 10 Punkte
Vierecksflächen



Wie kann man den Flächeninhalt eines beliebigen konvexen Vierecks berechnen?
Die folgende Anleitung hilft euch, eine Formel zu finden:

> Zeichnet ein konvexes Viereck und schneidet es aus. Zeichnet die Mittelpunkte der 4 Seiten ein. Verbindet 2 gegenüberliegende Seitenmittelpunkte durch eine rote Strecke. Fällt auf diese Strecke in grün das Lot vom dritten und in blau das Lot vom vierten Seitenmittelpunkt aus. Zerschneidet das Viereck entlang der farbigen Strecken in 4 Teile. Setzt diese 4 Teile zu einem Rechteck zusammen. Die Fläche des Rechtecks kann nun leicht berechnet werden.

Klebt die Figur, die ihr erhalten habt, auf das Antwortblatt und beweist, dass es sich tatsächlich um ein Rechteck handelt.
Zeichnet nochmals ein beliebiges konvexes Viereck und bezeichnet die Strecken, deren Längen bei der oben dargestellten Methode zu messen sind, mit Variablen.
Gebt eine Formel an, mit der die Fläche des Vierecks berechnet werden kann.



*Bei einem **konvexen Viereck** liegen beide Diagonalen im Inneren des Vierecks. Jeder der vier Innenwinkel ist kleiner als 180°.*

Probewettbewerb 2017 - Lösungshinweise

Mathématiques SANS Frontières

Aufgabe 1 – *Positive und negative Produkte* – 7 Punkte

Paul gewinnt, wenn das Produkt der beiden gezogenen Zahlen positiv ist. Das ist der Fall, wenn entweder beide Zahlen positiv oder beide Zahlen negativ sind.
Bei sechs Karten, drei mit positiven und drei mit negativen Zahlen, beträgt Pauls Gewinnwahrscheinlichkeit

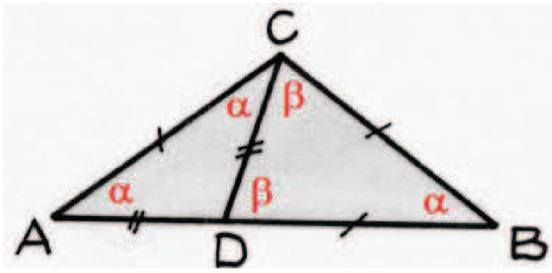
$$2 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}.$$

Bei fünf Karten, drei mit positiven und zwei mit negativen Zahlen, beträgt Pauls Gewinnwahrscheinlichkeit

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{5}.$$

Paul hat nicht Recht. Seine Gewinnwahrscheinlichkeit ändert sich durch das Entfernen der Karte nicht.

Aufgabe 2 – *Goldig* – 5 Punkte



Mit den Bezeichnungen in der nebenstehenden Figur gilt wegen der Winkelsumme im Dreieck

$\alpha + 2\beta = 180°$ (Dreieck DBC)

$3\alpha + \beta = 180°$ (Dreieck ABC)

und somit **$\alpha = 36°$ und $\beta = 72°$**

Bemerkung:
Die Dreiecke ABC, DBC und ADC sind goldene Dreiecke, das heißt, dass die Längen von Grundseite und Schenkeln im Verhältnis des goldenen Schnitts stehen.
Beim Dreieck DBC gilt: Wenn man die Länge der Basis durch die Länge eines Schenkels teilt, ergibt sich

$$\frac{\overline{DC}}{\overline{DB}} = \varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Bei den Dreiecken ABC und ADC gilt: Wenn man die Länge eines Schenkels durch die Länge der Basis teilt, ergibt sich

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} = \varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Aufgabe 3 – *Würfeln? Rollen!* – 7 Punkte

6	5	1	2
3			
1			
4			
Summe 22			
		2	4
	3	6	
1	5		
4			
Summe 25			
	6	3	1
	2		
	1		
4	5		
Summe 22			
			1
			2
	1	3	6
4	5		
Summe 22			

	6	4	1
3	5		
1			
4			
Summe 24			
			2
	3	6	4
1	5		
4			
Summe 25			
		6	5
	2	3	
	1		
4	5		
Summe 26			
		6	2
		4	
		1	
4	5	3	
Summe 25			

5

		6	2
3	5	4	
1			
4			
Summe 25			
		1	2
		3	
1	5	6	
4			
Summe 22			
			6
	2	3	5
	1		
4	5		
Summe 26			
			6
		4	2
		1	
4	5	3	
Summe 25			

			6
3	5	4	2
1			
4			
Summe 25			
			1
		3	2
1	5	6	
4			
Summe 22			
		4	6
		2	
	1	3	
4	5		
Summe 25			
			5
			4
		1	2
4	5	3	
Summe 24			

	2	6	5
	3		
1	5		
4			
Summe 26			
			5
			3
1	5	6	2
4			
Summe 26			
			4
		2	6
	1	3	
4	5		
Summe 25			
			6
			5
			1
4	5	3	2
Summe 26			

Fünf Wege ergeben 22 Punkte, zwei Wege ergeben 24 Punkte, acht Wege ergeben 25 Punkte und fünf Wege ergeben 26 Punkte. **Die kleinstmögliche Summe beträgt 22, die größtmögliche 26 Punkte.**

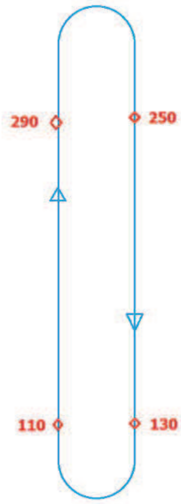
Aufgabe 4 – *Alles in Ordnung* – 5 Punkte

Die beiden Lösungen können durch Ausprobieren gefunden werden oder durch ein rückwärtiges Vorgehen vom gewünschten Ergebnis 123450 her. (Das leere Feld wird mit 0 bezeichnet.)

Bemerkung: Beim ersten Zug können die Steine 3, 4 und 5 dabei nicht auf das leere rechte Feld gesetzt werden, weil man mit ihnen sonst zweimal ziehen müsste.
Es bleiben die folgenden beiden Möglichkeiten:

123450	123450
023451	103452
320451	143052
325401	043152
305421	340152

Die Lösungen sind also **345021** und **345102**



Aufgabe 5 – *Sessellift* – 7 Punkte

Oskar und seine Schwester fahren in den Sesseln 110 und 290 nach oben, die Sessel 130 und 250, die sich ihnen jeweils gegenüber befinden, fahren nach unten.
Mit Hilfe einer Skizze ist leicht zu erkennen, dass sich der Sessel 1 zwischen Oskar und seiner Schwester befinden muss. Zwischen der 250 und der 130 befinden sich 119 Sessel, daher müssen sich auch 119 Sessel zwischen der 290 und der 110 befinden, 10 mehr als die 109 Sessel von der 1 bis zur 109.
Der Sessellift hat 290 + 10 = 300 Sitze.

Aufgabe 6 – *Astrids Safe* – 5 Punkte

Da D · D = I gilt, ist I eine einstellige Quadratzahl, also 4 oder 9.
(1 scheidet aus, weil sonst D = I gelten würde.)

- ✓ Wenn I = 9 gelten würde, wäre D = 3 und T = 27, denn T : D = I. Das ist aber nicht möglich, weil alle Ziffern kleiner oder gleich 9 sind.
- ✓ Also gilt I = 4, D = 2 und T = 8.

Aus A + S = 8 und A – S = 2 folgt 2A = 10 und A = 5. Somit ist S = 3.
Aus R + I = A folgt schließlich R = 1.
Der Code ist 538142.

Aufgabe 7 – *Vorsicht: Trolle* – 7 Punkte

Zunächst muss die Anzahl der Trolle in jeder Höhle bestimmt werden.
In jeder Reihe befinden sich 24 Trolle, davon 11 in Höhle C und keiner in Höhle B. Also befinden sich 13 Trolle in Höhle A.
Die Lösung kann durch Probieren oder systematisch mit Hilfe eines Gleichungssystems gefunden werden,
z. Bsp:
I D + G = 11
II E + H = 24
III F + I = 13
IV E + I = 11
V G + E = 13
VI D + E + F = 24
VII G + H + I = 24.

Aus III und IV folgt F = E + 2.
V liefert G = 13 – E. Einsetzen in I ergibt D + 13 – E = 11 und D = E - 2.
Einsetzen von F = E + 2 und D = E – 2 in VI liefert E – 2 + E + E + 2 = 24 und E = 8.
Also gilt F = 10 und D = 6.
Mit den obigen Gleichungen erhält man weiterhin G = 5, H = 16 und I = 3.
Da nur 20 Portionen Zaubertrank zur Verfügung stehen, muss **der Weg BEDG** gewählt werden.

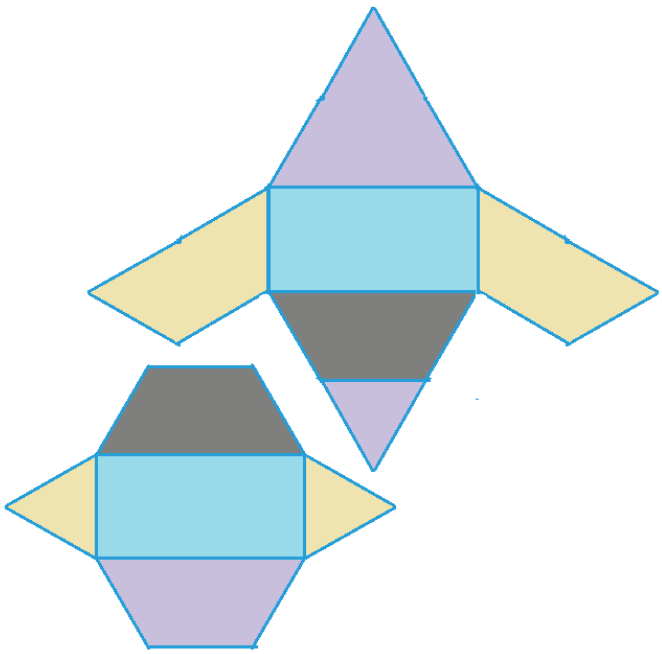
Aufgabe 8 – *Ameisenbrücke* – 5 Punkte

Die Ameise kann auf die sich absenkende Plattform krabbeln, wenn sie 9 cm in genau derselben Zeit zurücklegt, in der die Plattform sich um 6 cm absenkt. Ameise und Plattform bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit. Bei jedem Zentimeter, um den sich die Plattform absenkt, muss die Ameise also $\frac{9}{6}$ cm zurücklegen, damit sie die Plattform rechtzeitig erreicht.

Die Ameise kann die Plattform wieder verlassen, wenn sie 4,8 cm in genau derselben Zeit zurücklegt, in der die Plattform sich um die restlichen 3,2 cm absenkt. Bei jedem Zentimeter, um den sich die Plattform absenkt, muss die Ameise also $\frac{4{,}8}{3{,}2}$ cm zurücklegen, damit sie die Plattform rechtzeitig wieder verlassen kann.
Es gilt $\frac{4{,}8}{3{,}2} = \frac{9}{6} = 1{,}5$. Wenn die Ameise pro Zentimeter, den die Plattform zurücklegt, genau 1,5 cm zurücklegt, kann sie auf die Plattform krabbeln und diese wieder verlassen.
Die Ameise kann vom oberen auf das untere Brett krabbeln.

Aufgabe 9 – *Pyramidenteile* – 7 Punkte

Hier zwei mögliche Netze:



Aufgabe 10 – *Eine Aufgabe aus Japan* – 10 Punkte

Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks ABC mit der Seitenlänge 3 LE: A = $\frac{9}{4} \cdot \sqrt{3}$ FE.

Höhe h des Dreiecks ABC: h = $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{3}$ LE.

Sei M der Mittelpunkt der Strecke BC. Im rechtwinkligen Dreieck DMA gilt mit Pythagoras

$$\overline{AD} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \cdot \sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}\ \text{LE} = \sqrt{7}\ \text{LE}.$$

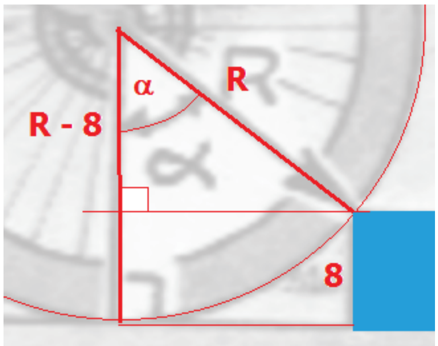
Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks ADE mit der Seitenlänge $\sqrt{7}$ LE: A = $\frac{7}{4} \cdot \sqrt{3}$ FE.

Die beiden Dreiecksflächen stehen also im Verhältnis 9 : 7.

Die Aufgabe kann auch anschaulich über die Flächen gelöst werden:
Eine Flächeneinheit sei die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 1.
Das Dreieck ABC hat die Fläche 9 FE. Da die Dreiecke ABD und ACE kongruent und daher flächengleich sind, ist die Fläche des Dreiecks ABC so groß wie die Fläche des Vierecks ADCE.
Die Fläche des Dreiecks ADE erhält man, wenn man von der Fläche des Vierecks ADCE (9 FE) die Fläche des Dreiecks DCE abzieht. Die Fläche des Dreiecks DCE beträgt 2 FE, was man leicht einsieht, wenn man das Dreieck zu einem Parallelogramm der Fläche 4 FE ergänzt.
Die Fläche des Dreiecks ADE beträgt also 7 FE, und die Dreiecksflächen stehen im Verhältnis 9 : 7.

Klasse 10

Aufgabe 11 – *Auf großem Reifen* – 5 Punkte



Mit cos (α)= (R-8): R ergibt sich:

R (in Zoll)	13	13,75	14,5
α (in Grad)	67,38	65,28	63,37

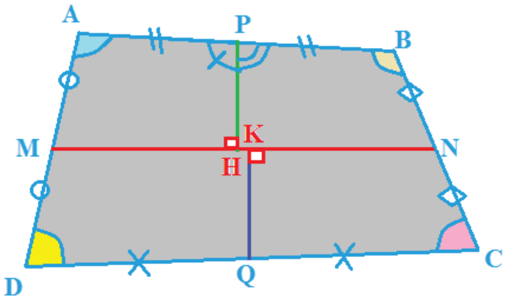
Bei einem größeren Reifendurchmesser wird der Winkel α kleiner und somit auch die Kraft, die der Fahrer zur Überwindung des Hindernisses aufwenden muss.

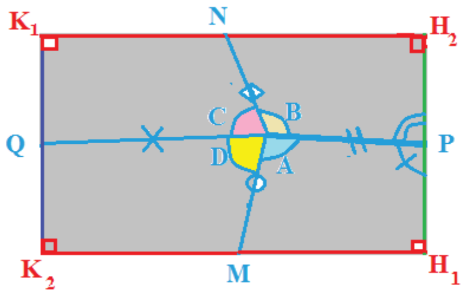
Aufgabe 12 – *Spiegelbrüche* – 7 Punkte

$$\frac{12}{5}=\frac{9}{5}+\frac{3}{5}=\frac{93}{55}+\frac{39}{55}=\frac{132}{55}=\frac{12}{5}$$

$$\frac{10a+b}{11c}+\frac{10b+a}{11c}=\frac{11a+11b}{11c}=\frac{11(a+b)}{11c}=\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

Aufgabe 13 – *Vierecksflächen* – 10 Punkte





Da P der Mittelpunkt der Strecke AB ist, gilt $\overline{PA}$ = $\overline{PB}$, und man kann die beiden Strecken genau aneinander legen. Die beiden Nebenwinkel bei P liegen in der neu zusammengesetzten Figur wieder nebeneinander. Die Punkte H_1, P und H_2 liegen also auf einer Strecke.
Dieselbe Argumentation gilt für die Strecken MA und MD, QD und QC, NB und NC sowie für die Nebenwinkel bei M, Q und N.
Da die Winkelsumme im Viereck 360° beträgt, liegen die vier Innenwinkel des Ausgangsvierecks im Inneren der neu zusammengesetzten Figur ohne Zwischenraum oder Überlappung aneinander. Die neu entstandene Figur ist also ein Viereck, und da die vier rechten Winkel bei H bzw. K die Innenwinkel dieses Vierecks bilden, handelt es sich um ein Rechteck.

Die Breite b des Rechtecks misst b = 2 $\overline{PH}$ = 2 $\overline{QK}$.
Die Länge a des Rechtecks misst a = $\overline{MK}$ + $\overline{MH}$ = $\overline{NK}$ + $\overline{NH}$, und es ist

$$2a = \overline{MK}+\overline{MH}+\overline{NK}+\overline{NH} = \overline{MK}+\overline{NK}+\overline{MH}+\overline{NH} = \overline{MN}+\overline{MN} = 2\,\overline{MN}.$$

Die Länge a des Rechtecks misst also $\overline{MN}$, und die Fläche A des Rechtecks erhält man mit A = $\overline{MN}\cdot 2\,\overline{PH}$.

Zur Berechnung der Vierecksfläche A kann man die Länge der Strecken MN und PH messen.
Dann gilt A = 2 $\overline{MN}\cdot\overline{PH}$