

Mathematik Ohne Grenzen



Hauptwettbewerb am 28.1.2019

- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung sowie die Präzision der Begründungen werden mit bewertet.

Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 1 7 Punkte

Geldschachteln

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Trois boîtes opaques A, B et C sont côte à côte. On sait qu'une boîte contient 2 billets de 10 € ; une deuxième boîte 2 billets de 20 € et la troisième boîte 1 billet de 10 € et 1 billet de 20 €.
Devant chaque boîte était posée une étiquette indiquant le montant contenu dans la boîte.
Un petit chenapan a mélangé les étiquettes. Maintenant aucune étiquette ne correspond au contenu.

Expliquer comment, en ne tirant qu'un billet dans une boîte bien choisie, on peut en déduire le contenu de chaque boîte.

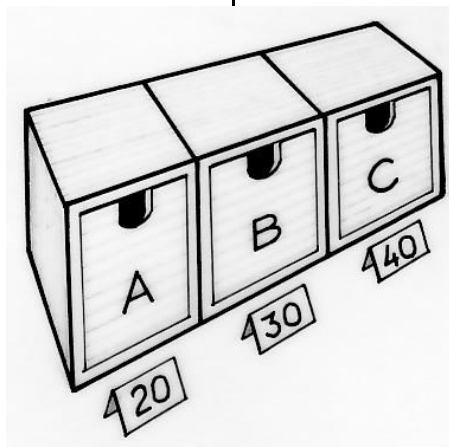
Three opaque boxes marked A, B and C are placed side by side. It is known that one box contains two €10 notes, a second contains two €20 notes, and the third box contains one €10 note and one €20 note.
A label is placed in front of each box showing how much the box contains. A little rascal shuffles the labels so that they no longer correspond to the amounts in the boxes.

Explain how, by only taking a single note from a chosen box, you can deduce the amounts in each box.

Ci sono tre scatole non trasparenti accostate: A, B e C. Si sa che una scatola contiene 2 banconote da 10 €; una seconda, 2 banconote da 20 € e la terza, una banconota da 10 € e una da 20 €.
Davanti a ogni scatola c'è un'etichetta con indicato il contenuto in euro della scatola.
Un monello scambia le etichette.
Di conseguenza, nessuna scatola ha davanti l'etichetta corrispondente al suo contenuto.

Spiegate come, estraendo una sola banconota da una scatola scelta oculatamente, si possa dedurre il contenuto di ciascuna scatola.

Tres cajas opacas, A, B y C están una junta a la otra.
Sabemos que una caja contiene 2 billetes de 10 €; una segunda caja 2 billetes de 20 € y la tercera caja 1 billete de 10 € y un billete de 20 €.
Delante de cada caja había una etiqueta con el importe de la caja.
Un niño travieso ha mezclado todas las etiquetas. Ahora ninguna etiqueta se corresponde con el contenido.



Explica cómo, sacando un solo billete de una caja bien elegida, se puede deducir el contenido de cada caja.

Aufgabe 2 5 Punkte

Herzlichen Glückwunsch!

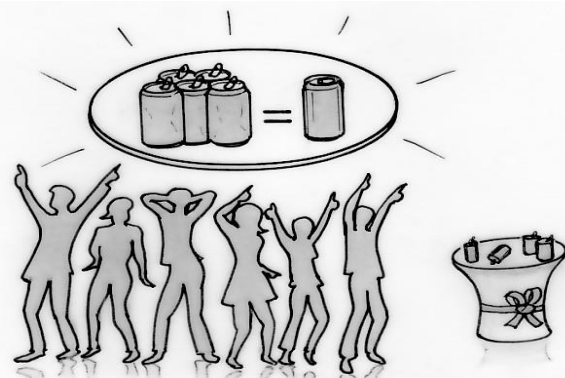
30 Jahre Mathematik ohne Grenzen müssen gefeiert werden. Damit bei der Party die Getränkedosen auch ohne Pfand zurückgegeben werden, haben sich die Organisatoren etwas ausgedacht: Für fünf zurückgegebene leere Dosen gibt es eine Getränkedose gratis. Jede Getränkedose kostet 2 €.

Eine Gruppe befreundeter Mathematiker hat zusammen 63 Getränkedosen konsumiert und die leeren Dosen dabei immer wieder zurückgegeben.

Wie viel hat diese Gruppe insgesamt für die 63 Getränke bezahlt?

Eine andere Gruppe hat 200 € für Getränkedosen ausgegeben. Auch diese Gruppe hat die leeren Dosen immer wieder zurückgebracht.

**Wie viele Getränke konnten für 200 € konsumiert werden?
Begründet eure Antwort.**



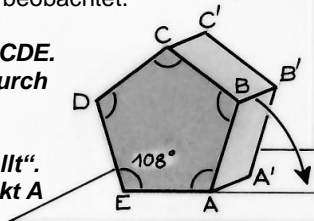
30 Jahre MoG

Aufgabe 3
7 Punkte

Unrund

Die Abbildung zeigt eine prismenförmige Schachtel deren Grundfläche ABCDE ein regelmäßiges Fünfeck mit der Seitenlänge 4 cm ist. Die Schachtel „rollt“ auf einer ebenen Unterlage: Dabei dreht sie sich zunächst um die Achse AA', bis die Seite BB' auf der Unterlage aufliegt. Dann dreht sie sich um die Achse BB' und so weiter. Dabei wird die Bewegung des Punktes B beobachtet.

Zeichnet das regelmäßige Fünfeck ABCDE. Zeichnet von E aus eine Halbgerade durch den Punkt A. Zeichnet die Bahn, die der Punkt B beschreibt, während die Schachtel „rollt“. Beendet die Zeichnung, wenn der Punkt A wieder auf der Unterlage aufliegt.



Aufgabe 4
5 Punkte

Schicht für Schicht

Samuel hat würfelförmige Bauklötze aus Holz, die alle gleich groß sind. Er hat aus ihnen einen Quader ohne Hohlräume gebaut. Jetzt nimmt er die gesamte oberste Schicht des Quaders wieder ab und entfernt dabei 91 Bauklötze. Danach baut er eine ganze Schicht an der rechten Seite ab. Dabei nimmt er 77 Bauklötze weg. Zuletzt baut er die gesamte vorderste Schicht ab.

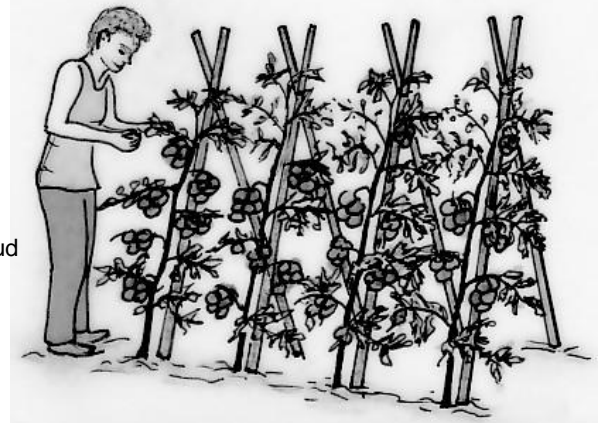
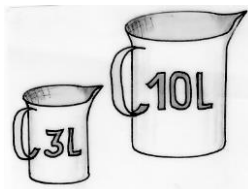
Aus wie vielen Würfeln besteht der Quader, der übrigbleibt?

Aufgabe 5
7 Punkte

Biotomaten

Jacqueline hat einen Biogarten. Um ihr Gemüse zu behandeln, hat sie eine große Tonne Brennnesselsud und eine große Tonne Sud aus Schachtelhalmen angesetzt.

Heute möchte sie ihre Tomaten behandeln. Sie braucht dazu ein Gemisch aus 5 Litern Brennnesselsud und 1 Liter Sud aus Schachtelhalmen. Sie hat zwei Gefäße zur Verfügung. Das eine fasst 3 Liter, das andere 10 Liter.



Wie kann Jacqueline mit diesen beiden Gefäßen die insgesamt 6 Liter der von ihr benötigten Mischung herstellen?

Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 6
5 Punkte

Bonbonschöeln

Ich habe 100 Bonbons auf 5 Schachteln verteilt. Die Anzahl der Bonbons in jeder Schachtel enthält die Ziffer 8. Nur zwei Schachteln enthalten dieselbe Anzahl Bonbons.

Wie viele Bonbons befinden sich in jeder Schachtel?



Aufgabe 7
7 Punkte

Die Position zählt

Die natürlichen Zahlen, in aufsteigender Anordnung hintereinander aufgeschrieben, ergeben eine unendlich lange Ziffernfolge, die wie folgt beginnt:
012345678910111213141516...

Die **Position** einer Zahl definieren wir als die Anzahl der Ziffern, die in der Folge vor dieser Zahl stehen, wenn sie zum ersten Mal auftritt. Die Position der Zahl 7 ist zum Beispiel 7, die Position der Zahl 23 ist 2 und die Position der Zahl 111 ist 12.



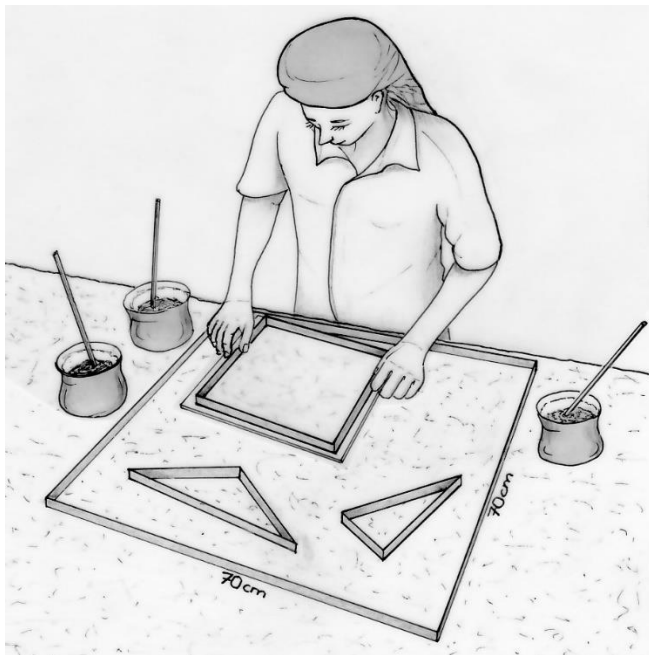
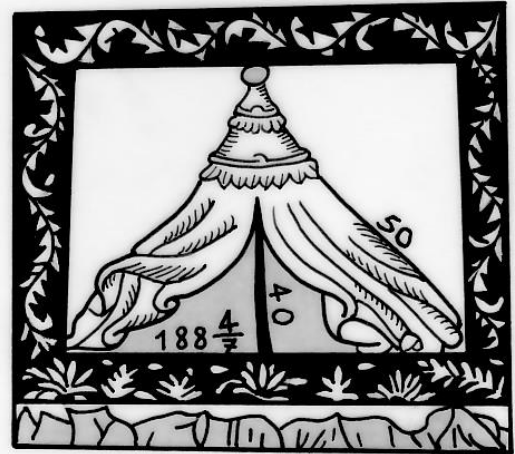
Bestimmt die Position der Zahlen 171, 321 und 2019.

Aufgabe 8
5 Punkte

Ritterzelt

Im *Compendion del Abaco*, einem Mathematikbuch aus dem Jahr 1492, hat Elise eine Abbildung gefunden, die ein kegelförmiges Zelt zeigt. Sie versteht, dass die Zahl 40 die Höhe der Zeltstange angibt, um die herum der Stoff gespannt wurde. Und sie erkennt, dass die Zahl 50 die Länge der Strecke angibt, die von der Spitze des Zelts am gespannten Stoff entlang bis zum Boden reicht.

Erklärt, was $188\frac{4}{7}$ bedeutet.



Aufgabe 9
7 Punkte

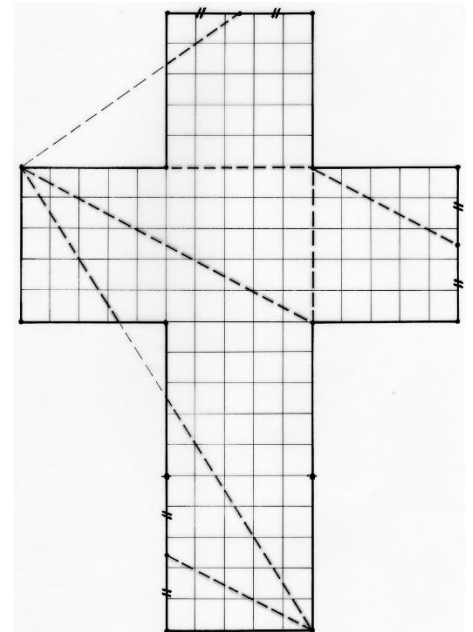
Quadratum

In Gallien wurden früher quadratische Mosaik gefertigt. Man verwendete für ein solches Mosaik zum Beispiel

- 4 Quadrate der Seitenlänge 25 cm
- 4 kongruente rechtwinklige, aber nicht gleichschenklige Dreiecke mit einer 25 cm langen Hypotenuse
- 2 kongruente gleichschenklige Dreiecke mit 25 cm langen Schenkeln
- 2 andere kongruente gleichschenklige Dreiecke mit ebenfalls 25 cm langen Schenkeln
- 1 Raute mit der Seitenlänge 25 cm.

Diese Teile wurden zu einem Quadrat der Seitenlänge 70 cm zusammengelegt.

Zeichnet im Maßstab 1:5 das quadratische Mosaik, das aus diesen 13 Teilen besteht, und malt es farbig aus.



Aufgabe 10
10 Punkte

Tetramorphose

Aus einem Würfelnetz kann man einen Tetraeder herstellen. Das geht zum Beispiel so:

- Zeichnet wie in der Abbildung das Netz eines Würfels der Kantenlänge 5 cm.
- Zeichnet die gestrichelten Linien.
- Schneidet das Netz aus.
- Faltet entlang der gestrichelten Linien so, dass ein Tetraeder entsteht.

Malt auf dem Würfelnetz die Flächen, die zusammen eine Tetraederseite bilden, jeweils in derselben Farbe aus und klebt das Netz auf euer Antwortblatt.

Berechnet den Flächeninhalt jeder Tetraederseite.

Klasse 10



Aufgabe 11
5 Punkte

Stufe für Stufe

Auf Rolltreppen bleiben wir oft nicht stehen, sondern steigen die Rolltreppe hinauf, während sie fährt.

Jean und Delphine nehmen dieselbe Rolltreppe. Jean steigt 20 Stufen hinauf und kommt nach 10 Sekunden oben an. Delphine steigt 16 Stufen hinauf und braucht 12 Sekunden bis nach oben.

**Wie viele sichtbare Stufen hat die Rolltreppe?
Begründet eure Antwort**

Aufgabe 12
7 Punkte

Läuft!

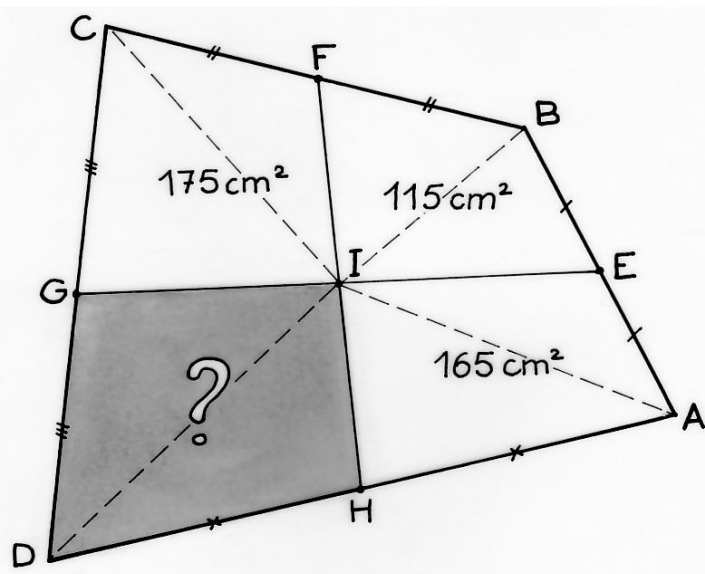
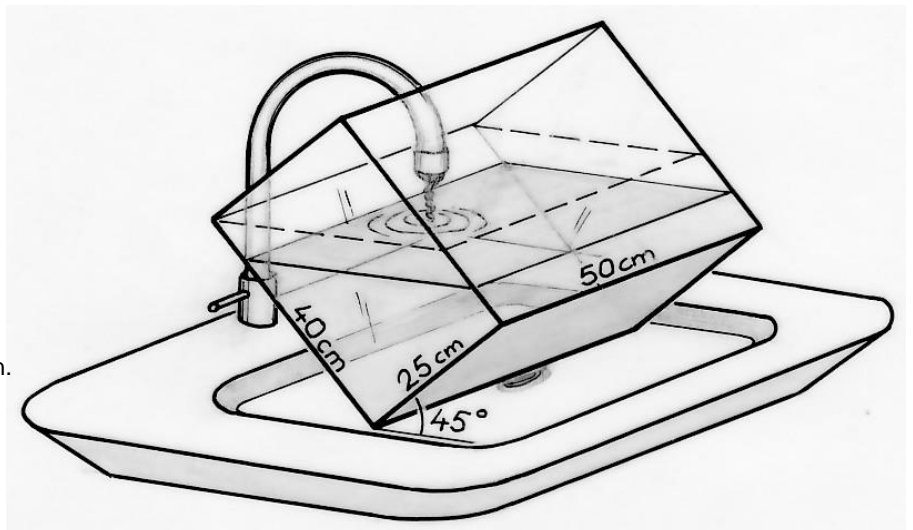
Noah will sein quaderförmiges Aquarium mit Wasser füllen. Damit der Wasserhahn hineinreicht, muss er es im Waschbecken um 45° nach vorne kippen.

Noah lässt so lange Wasser ins Aquarium laufen, bis es den Rand des Aquariums erreicht hat.

Danach stellt er das Aquarium wieder eben hin.

Wie hoch steht das Wasser dann im Aquarium?

Die Maße des Aquariums können der Zeichnung entnommen werden.



Aufgabe 13
10 Punkte

Vierecksflächen

Im Viereck ABCD sind die Punkte E, F, G und H die Mittelpunkte der Seiten. Die Strecken GE und FH unterteilen das Viereck in 4 Teilvierecke. Die Flächeninhalte von drei Teilvierecken sind bekannt. (siehe Skizze).

**Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks IGDH?
Begründet eure Antwort.**