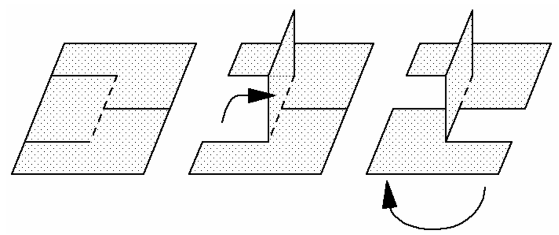
1. Aufgabe : Platzwechsel

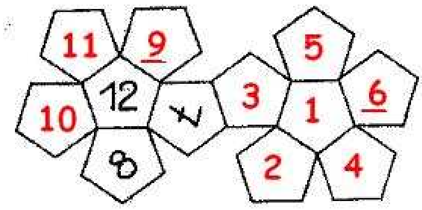
Peter stellt sich ein Schachbrett aus 13 schwarzen und 12 weiβen Tischen vor. Den Anweisungen des Lehrers zufolge, muss jeder Schüler an einen andersfarbigen Tisch sitzen. Es gibt aber nicht genügend weiβe Tische für die 13 Schüler der schwarzen Tische. Das Umsetzen ist als nicht möglich !

2. Aufgabe : Monumento

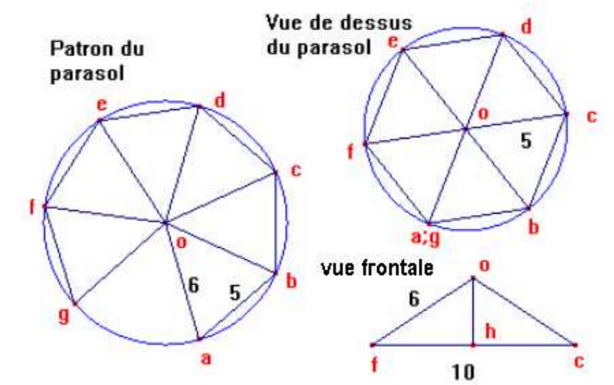


4. Aufgabe : Zwölferwürfel

Hier eine der möglichen Lösungen :



3. Aufgabe : Schirmchen



Von oben gesehen ist der Sonnenschirm ein regelmäβiges Sechseck mit 5cm Seitenlänge. Von vorne gesehen ist die Höhe der Pyramide (wenn man annimmt, dass die Eckpunkte des Sechsecks in einer Ebene liegen) gleich der Höhe eines gleichschenkligen Dreiecks, mit einer Schenkellänge von 6 cm und der Basislänge von 10 cm.

Die Höhe beträgt $\sqrt{11}$ cm.

5. Aufgabe : Tetra-Okta-Eder

Auf den Abbildungen sieht man :
T2 = O1 + 4 T1 und O2 = 6 O1 + 8 T1
In gleicher Weise erhält man T4 und O4 aus T2 und O2 :
T4 = O2 + 4 T2 = 6 O1 + 8 T1 + 4(O1 + 4 T1) und
O4 = 6 O2 + 8 T2 = 6(6 O1 + 8 T1) + 8(O1 + 4 T1)

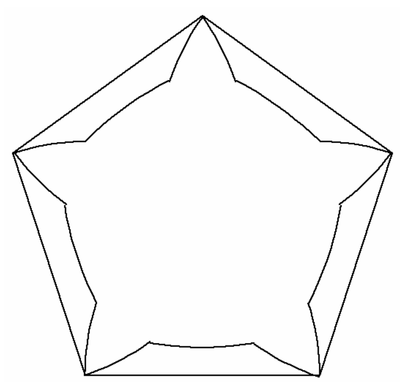
also	**T4 = 10 O1 + 24 T1**
und	**O4 = 44 O1 + 80 T1**

(Das ist die einzige Lösung. Der Beweis der Eindeutigkeit wird nicht erwartet.)

6. Aufgabe : Selbstbezüglich

7. Aufgabe : Quadratwanderung

Die Kurve von A besteht aus Kreisbögen.



8 . Aufgabe : Ei, ei, ei !

N ist ein Vielfaches von 7. N+1 muss durch 6, 5, 4, 3 und 2 und damit auch durch 60 teilbar sein. Die kleinste natürliche Zahl N, die beide Bedingungen erfüllt, ist $\boxed{119}$.

9. Aufgabe : Saloonpoker

Nach einem ersten Mischen sind die Karten wie folgt gemischt :
1.17. 2. 18. 3. 19. 4. 20. 5. 21. 6. 22. 7. 23. 8. 24. 9. 25. 10. 26. 11. 27. 12. 28. 13. 29. 14. 30. 15. 31. 16. 32
Nach dem zweiten Mischen :
1.9. 17. 25. 2. 10. 18. 26. 3. 11. 19. 27. 4. 12. 20. 28. 5. 13. 21. 29. 6. 14. 22. 30. 7. 15. 23. 31. 8. 16. 24. 32
Nach dem dritten Mischen :
1.5. 9. 13. 17. 21. 25. 29. 2. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32
Nach dem vierten Mischen :
1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. 30. 32
Nach dem fünften Mischen folgende Reihenfolge der Karten :
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32.

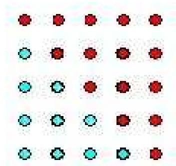
10. Aufgabe : Allez hopp !

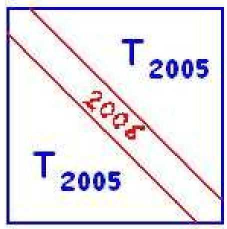
(P+F = I+J & P+J > F+I): durch Addition beider Seiten ergibt sich: 2P +J+F > 2I +J+F , also **P > I**
Ebenso : (I+J = P+F & P+J > F+I) ergibt : **J > F**
(I+J = P+F & J+F > P+I) ergibt : **J > P**
(P+F = I+J & J+F > P+I) ergibt : **F > I**
schlieβlich, (J+F > I+P & P+J > F+I) ergibt : **J > I**
Also ist **Jean der schwerste und Igor der leichteste**.

Aber es ist nicht möglich, die vier Artisten nach ihrem Gewicht zu ordnen.
Beispiel :
J=70kg , P=66kg , F=64kg und I=60kg , aber auch **J=70kg , P=64kg , F=66kg und I=60kg** erfüllen die Vorgaben aus den drei Zeichnungen.
.

11. Aufgabe : Zwei Dreiecke für ein Quadrat

Sei T_n das n-te Dreieck, C_n das n-te Quadrat und t_n die n-te Dreieckszahl.
Aus T_n und T_{n+1} lässt sich C_{n+1} bilden.
(siehe Abbildung mit T_4 und T_5)
Daher: $\boxed{t_n + t_{n+1} = (n+1)^2}$
Also ist $t_{2005} + t_{2006} = 2006^2$
Aus $t_{2006} = t_{2005} + 2006$,
ergibt sich: $2\,t_{2005} + 2006 = 2006^2$
und damit $\boxed{t_{2005} = 2\,011\,015}$

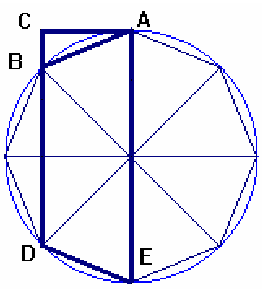




12. Aufgabe : Tempo !

Bevor Paulette Yves trifft, fährt sie t_1 Stunden mit der Durchschnittsgeschwindigkeit von 24 km/h ; ihre bis dahin zurückgelegte Strecke ist 24km/h·t_1. Mit Yves fährt sie noch 27 km (in einer Stunde). Da ihre Durchschnittsgeschwindigkeit insgesamt 25km/h beträgt, gilt für ihre Gesamtstrecke:
25km/h·(t_1 + 1h) = 24km/h·t_1 + 27 km woraus man t_1 = 2h erhält.
Insgeamt ist Paulette also 48km + 27 km = **75 km** gefahren.
Ebenso fährt Yves, bevor er Paulette trifft, t_2 Stunden mit der Durchschnittsgeschwindigkeit von 30 km/h ; er ist also 30km/h· t_2 gefahren. Mit Paulette fährt er in einer Stunde 27 km . Für seinen gesamten Weg gilt : 29km/h· (t_2 + 1) = 30 km/h·t_2 + 27km und damit t_2 = 2.
Insgeamt ist Yves also 60km + 27 km = **87 km** gefahren.

13. Aufgabe : Verwickelt



Die Breite des Bandes ist gleich der Höhe des Trapezes ABDE und beträgt $2\sqrt{2}\,cm \approx 2{,}8\,cm$. Weiter gilt $\overline{AE} = 8\,cm$ und $\overline{BD} = 4\sqrt{2}\ cm$.
Das Band besteht aus 7 aufeinanderfolgenden kongruenten Trapezen und zwei kongruenten Dreiecken an den Enden des Bandes.
Insgesamt hat das Band die Form eines Rechtecks der Länge
$L = 4\overline{AE} + 3\overline{BD} = 32\,cm + 12\sqrt{2}\,cm \approx 49\,cm.$
Bemerkung : Das Band muss in der Realität etwas länger sein, da man auch die Dicke des Materials in Betracht ziehen muss.