Mathématiques sans Frontières Junior CM2/6ème
- Epreuves Découverte 2021 -

<u>Épreuve 1</u> : Jean perd la boule
→ Trouver le prix d'une boule de glace.

Plusieurs méthodes permettent d'aboutir à la réponse attendue qui sera formulée bien entenu en langue.

L'information **« 2 boules coûtent le double du prix d'une seule »** permet de comprendre qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité (1 boule coûte x €, 2 boules $2x$ €, 6 boules $6x$ € …). Cela permet d'éliminer l'idée que l'achat de 2 boules permettrait une réduction du prix par rapport au prix unitaire.
La mise en évidence de la situation de proportionnalité est importante afin que les élèves comprennent que leur raisonnement n'est valable que dans ce cas.

→ **Méthode 1** : par essai erreur.

Les élèves essaient d'abord avec 1 euro la boule, ils trouvent 2 euros d'écart.
Ils essaient ensuite avec 2 euros et trouvent 4 euros d'écart.
Ils trouvent rapidement que le prix d'une boule est compris entre 1 € et 1,50 €.
On peut résumer les recherches dans un tableau de ce type :

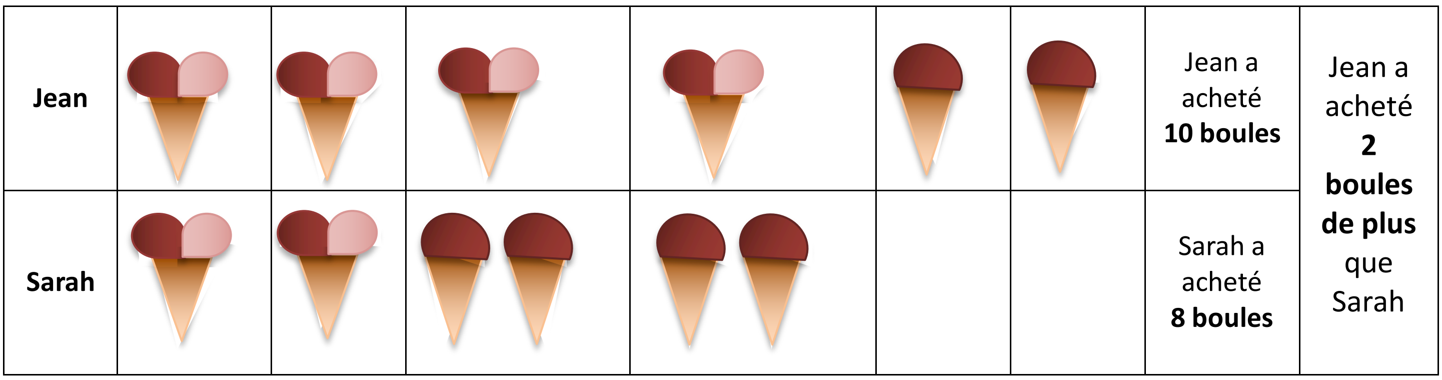
Prix en € d'1 Boule	1	2	1,50	?	
Jean paie	10 €	20 €	15 €	?	
Sarah paie	8 €	16 €	12 €	?	
Différence	2 €	4 €	3 €	2,50 €	

→ **Méthode 2** : Experte s'appuyant sur la proportionnalité : chaque boule a la même valeur.

Jean achète 10 boules au total (4 x 2 boules + 2 x 1 boule).
Sarah achète 8 boules au total (2 x 2 boules + 4 x 1 boule).
Sarah a acheté 2 boules de moins et a payé 2,50 € de moins que Jean.
Donc 2 boules coûtent 2,50 €, **d'où 1 boule coûte 1,25 €.**

→ **Méthode 3** : Experte s'appuyant sur la proportionnalité et sur la valeur de l'écart entre les boules achetées par Jean et celles achetées par Sarah.

On peut représenter la situation de la façon suivante :



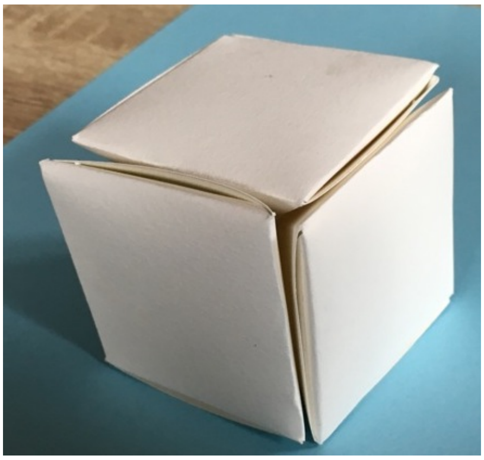
« Sarah a payé 2,50€ de moins que Jean » revient à dire que Jean a payé 2,50 € de plus que Sarah.
Or Jean a acheté 2 boules de plus que Sarah, ces 2 boules coûtent donc 2,50€.
1 boule de glace coûte donc la moitié de 2,50€, **c'est à dire 1,25€.**

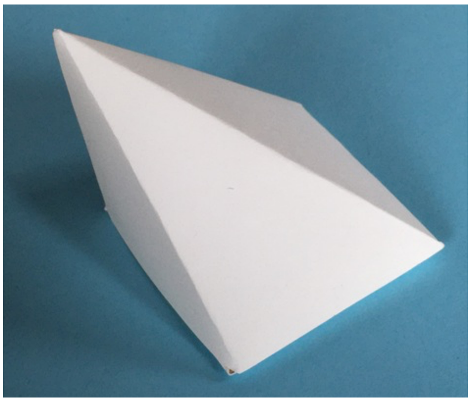
Épreuve 2 : C'est pas pire
→ Associer des polyèdres pour former un cube.
→ Colorier les faces selon les consignes.

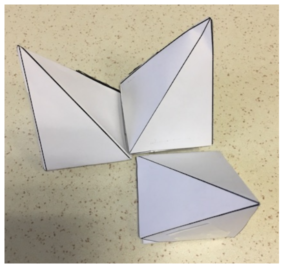
C'est un exercice de manipulation. Il présente plusieurs difficultés :

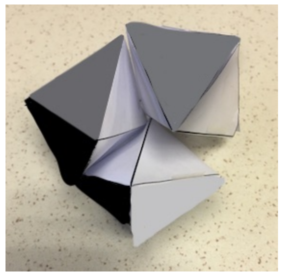
- passer du plan au volume : réalisation de polyèdres à partir de patrons, manipulation, précision ;
- raisonner dans l'espace : reconstituer le cube à partir des 3 pyramides en respectant la consigne des faces opposées décorées avec le même motif ;
- repasser au plan à partir des volumes (faces complétées) : retrouver les patrons du départ.

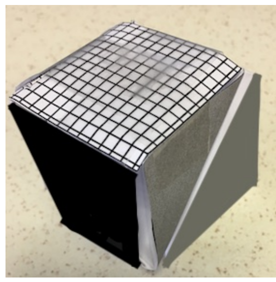
La résolution du problème passe inévitablement par le découpage et le pliage (*a minima*) des patrons proposés.
Astuce : préférer le scotch plutôt que la colle.
Un assemblage scotché permet de reconstituer le cube puis de le démonter afin de proposer la solution (voir photos).



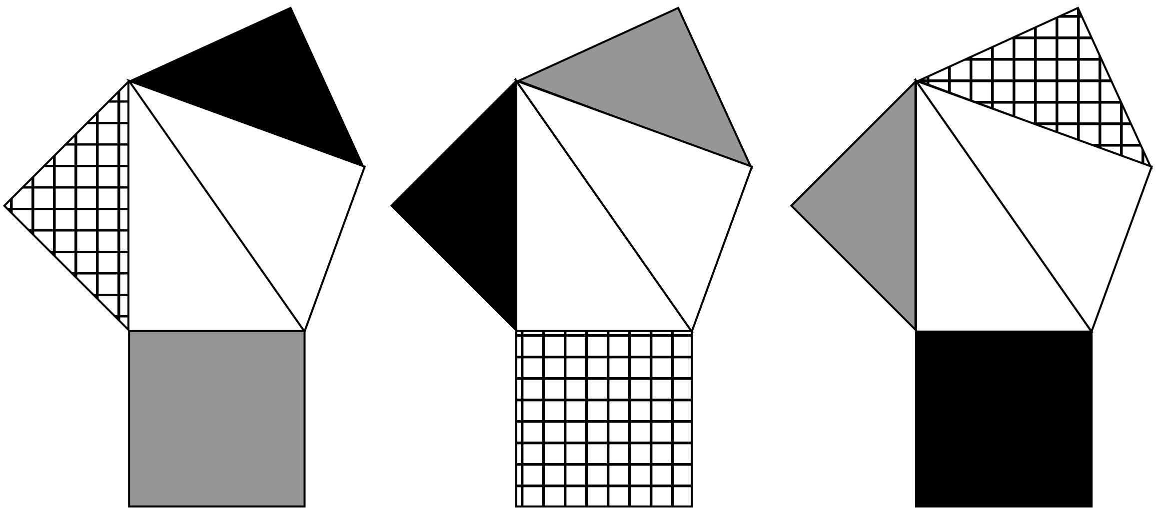








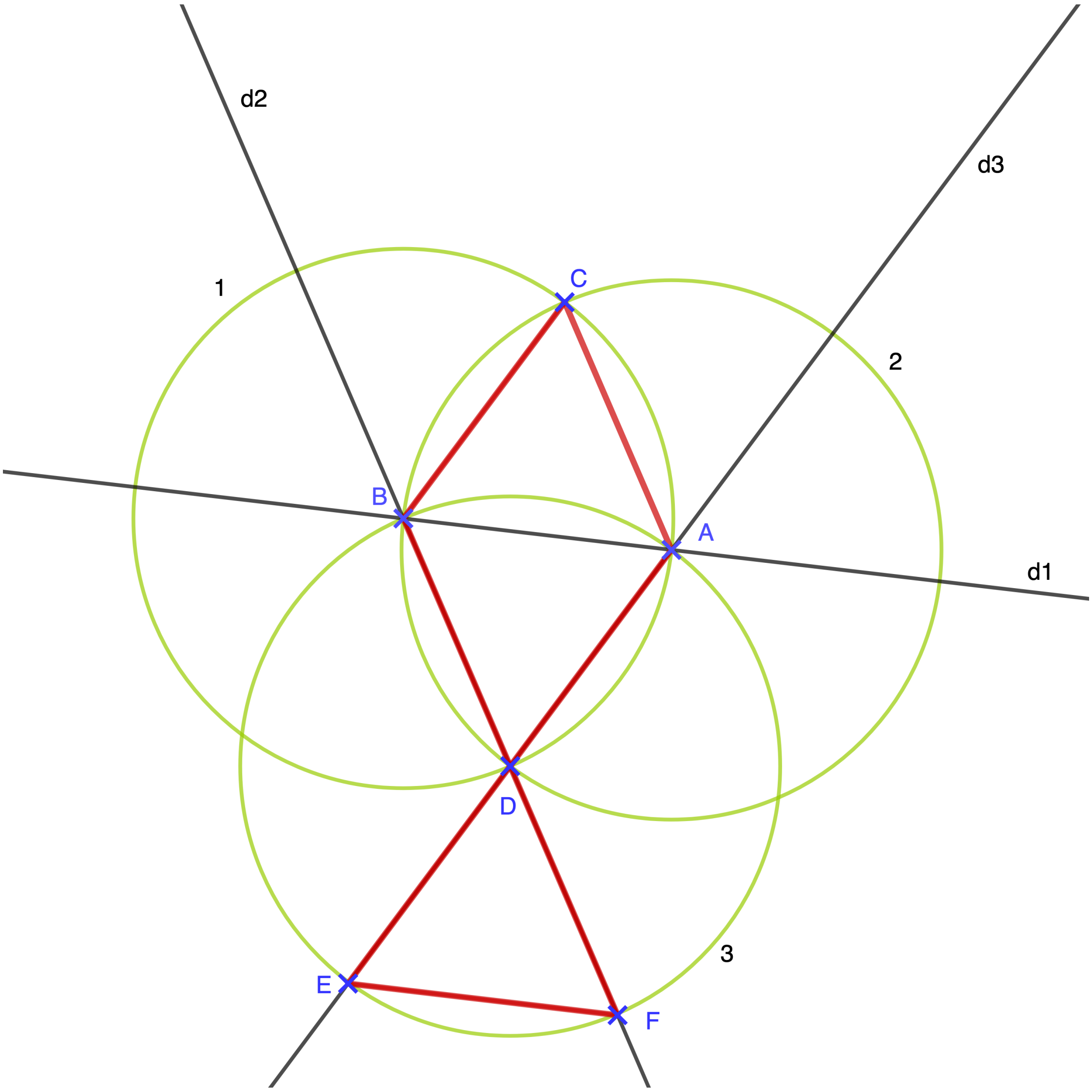
Voici les patrons complétés :



Épreuve 3 : C'est la faute du matos
→ Reproduire une figure

Pour obtenir cette figure composée de triangles équilatéraux, **il faut au moins les trois cercles** tracés sur la figure et nommés dans l'ordre de leur tracé.
Il faut également les droites (d1), (d2) et (d3).
Les points d'intersection de ces éléments permettent de placer les points A, B, C, D, E et F, sommets de la figure.

Ordre du tracé :
- Tracer le cercle 1 de centre B.
- Pointer un point A sur le cercle 1 et tracer le cercle 2 de centre A et de même rayon : on obtient les points C et D aux intersections des deux cercles. A, B, C et D sont les sommets du losange (ou des deux triangles équilatéraux).
- Tracer la droite (d1) passant par A et B, (d2) passant par B et D et (d3) passant par A et D. Tracer les segments [BC] et [AC].
- Tracer le cercle 3 de centre D pour obtenir les points E et F. Ce sont les sommets du triangle équilatéral DEF.
- Tracer le segment [EF].



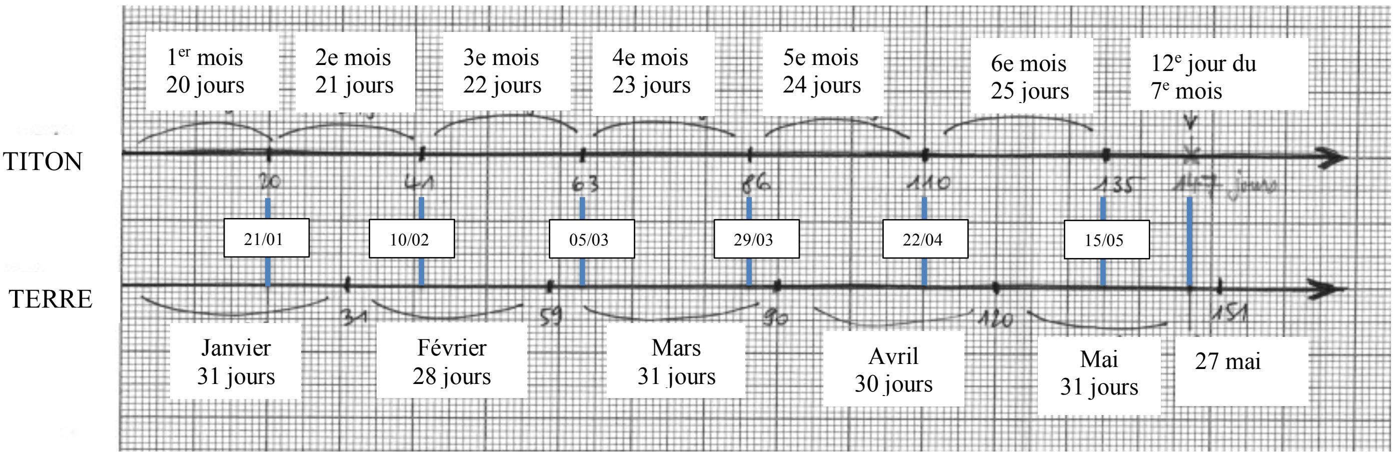
Remarque :
Les élèves pourraient dire que l'on n'est pas obligé de tracer les cercles en entier et donc répondre 0 à la question posée. En effet, de simples arcs de cercles suffisent à déterminer les sommets des triangles. Cependant, un arc de cercle est une portion d'un cercle, on ne représente qu'une partie de l'ensemble des points situés à équidistance d'un point défini.

<u>Épreuve 4 :</u> Né quelque part
→ Faire correspondre deux axes du temps (deux calendriers)

Dans cet exercice, il s'agit de trouver une date de naissance dans le calendrier terrien en faisant la correspondance entre 2 calendriers. Des nombreuses informations sont contenues dans le texte de l'énoncé.
Il convient d'en expliciter une d'entre elles qui est fondamentale : **« la durée du jour est la même sur Titon que sur la Terre. »** C'est grâce à cette seule condition que nous pouvons raisonner en nombre de jours.

- Au bout du premier mois sur Titon, on sera le 20 janvier sur Terre,
- Le 2ème mois titonien commence donc le 21 janvier, le 2ème mois a 21 jours (chaque mois sur Titon compte 1 jour de plus que le précédent 11+10 jours), il se termine alors le 10 février.
- Le mois de février contient 28 jours car 2083 n'est pas bissextile (2083 impair).
- Le 3ème mois titonien commence le 11 février, le 3ème mois a 22 jours =18 + 4, il se termine le 04 mars.
- Le 4ème mois titonien commence le 05 mars, le 4ème mois a 23 jours , il se termine le 28 mars.
- Le 5ème mois titonien commence le 29 mars , le 5ème mois a 24 jours=3+21, il se termine le 21 avril.
- Le 6ème mois titonien commence le 22 avril, le 6ème mois a 25 jours=10+15, il se termine le 15 mai.
- Max est né le 12ème jour du 7ème mois titonien, 15+12=27, **Max est né le 27 mai.**

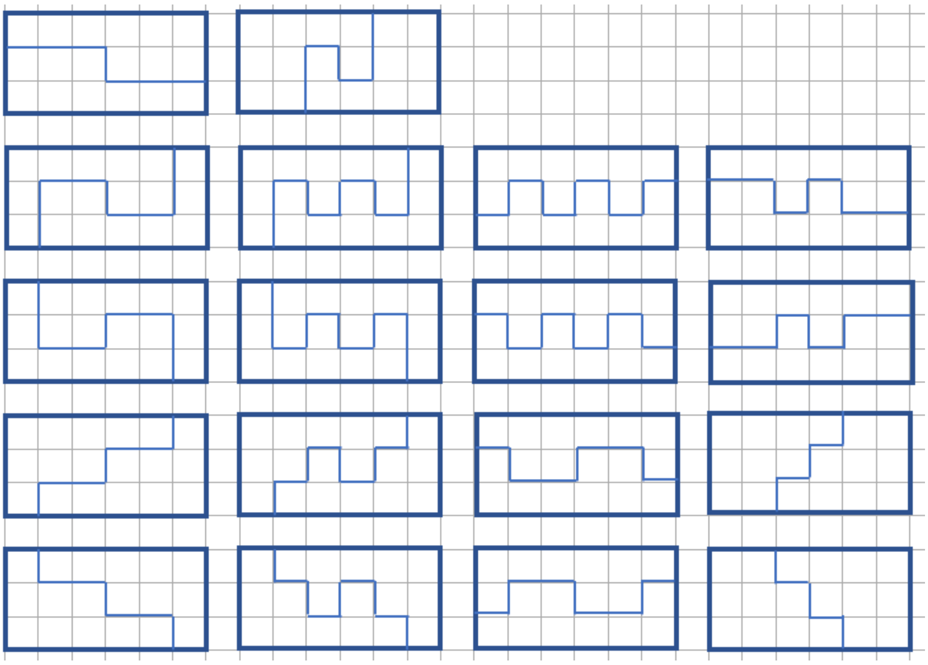
Pour faciliter la compréhension, on peut représenter l'écoulement du temps sur les 2 planètes par des demi-droites « axes du temps ».
Le premier jour du calendrier titonien correspond au 1er janvier 2083 sur Terre : ce sera le début des axes du temps sur les 2 planètes.
<u>La durée du jour est la même sur les 2 planètes</u>, l'âge de Max, exprimé en nombre de jours sera donc identique sur Titon et sur la Terre.
On peut envisager une représentation de la situation du type de celle qui se trouve ci-dessous, sur papier millimétré : 1 mm sur l'axe représentant une journée.



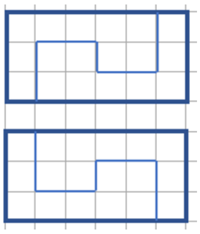
➔ **Max est né le 27 mai 2083 sur le calendrier terrien.**

Épreuve 5 : Partages, saison 2
→ Partager une surface quadrillée en 2 zones symétriques.

Il y a 18 solutions possibles. Les deux parties obtenues sont symétriques par rapport à un point.



A noter que deux solutions symétriques par rapport à un axe ne sont pas identiques car la superposition des pièces nécessite un retournement.



Épreuve 6 : Chaud devant
→ Calculer en combien de temps une citerne se vide selon le débit des pompes.

Méthode 1 :

Au bout d'une minute, les 2 lances auront débité 2 000 + 500 = 2 500 litres d'eau à elles deux.
Il restera 3 000 – 2 500 = 500 litres dans la citerne.
2 500 ÷ 5 = 500 (ou 2 500 ÷ 500 = 5) ➔ Les 500L restants ce sont 5 fois moins d'eau que la quantité déjà écoulée. Donc ils mettront 5 fois moins de temps à s'écouler.
1 min = 60 s
60 s ÷ 5 = 12 s ➔ Les 500L s'écouleront en 12 s.
Cela prendra 1 min et 12 s pour vider la citerne de 3 000 L.

Méthode 2 :
Au bout d'une minute, les 2 lances auront débité 2 500 litres d'eau à elles deux. Il restera 500 litres dans la citerne.

2 500 L s'écoulent en 1 min = 60s

250 L s'écoulent 10 fois plus vite donc en 6 s.

500 L s'écoulent 2 fois plus lentement que 250 L, soit en 12 s.

Et 3 000L = 2500 L + 500 L donc la durée d'écoulement sera de 1 min + 12 s = 1 min 12s.

Cela prendra 1 min et 12 s pour vider la citerne de 3 000 L.

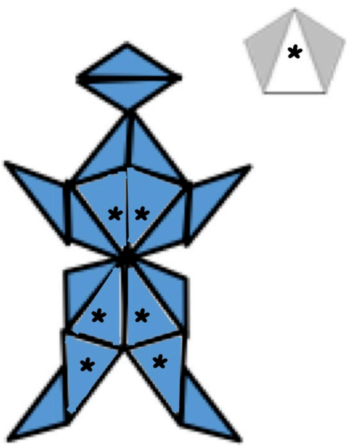
Méthode 3 :
On peut renseigner un tableau précisant le volume d'eau consommé en fonction du temps écoulé :

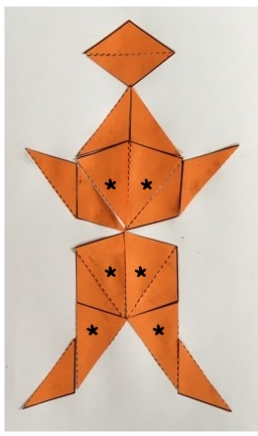
Durée	en 1min = 60 s	6 s	12 s		
Pompe 1	2000	200	400		
Pompe 2	500	50	100		
Consommation totale	2500	250	500		
Volume restant	500				

Après le remplissage de la colonne grisée il reste 500 litres d'eau dans les citernes.
Il faut donc trouver en combien de temps on vide ces 500 litres.
« 500 litres, c'est 2 fois 250L … il faut donc 2 fois 6 secondes pour faire couler 500 litres »

Épreuve 7 : Penrose-place
→ Exercice de pavage

Voici deux variantes possibles de l'assemblage des 18 triangles obtenus par découpage :





Le pentagone est décomposé en 3 triangles isocèles. Le triangle « central » est marqué d'une astérisque (*) afin de mieux le visualiser dans les deux solutions reproduites.

Épreuve 8 : Les maillots font « griez » mine
→ Problème ouvert
→ Estimer une longueur en fonction des hypothèses considérées.

C'est un problème ouvert qui nécessite de choisir des données numériques en faisant des estimations plausibles, en appui sur la réalité. Ce type d'exercice reste toujours aussi déroutant pour les élèves qui ont du mal à formuler des hypothèses et à choisir les données numériques que l'énoncé ne donne pas.
L'enjeu de ce problème est de solliciter l'ingéniosité des élèves, la prise d'initiative ainsi que leur esprit critique en prenant appui sur le réel et/ou leurs connaissances pour pouvoir estimer au plus près une réponse possible.
La situation choisie sera assez facilement investie par les élèves. Le monde du football amateur leur est souvent connu.

Voici les hypothèses à poser :

- ***Le nombre de joueurs dans l'équipe*** : tout nombre de joueurs entre 12 et 18, dont la composition de l'équipe est explicitée et justifiée.
  - Une équipe de joueurs de 10 ans se compose de **8 joueurs** dont un gardien de but, et de **4 remplaçants** maximum soient 12 joueurs. Bien entendu il n'est pas attendu que les élèves se fondent sur cette valeur exactement.
  - On acceptera bien entendu 11 joueurs titulaires et des remplaçants allant de 3 à 7 en fonction des compétitions, donc un nombre de joueurs compris entre 14 et 18.
- ***La taille d'un maillot*** : Cette donnée est essentielle pour pouvoir estimer la longueur nécessaire de la corde à linge. Les élèves accèdent à cette donnée par mesure directe sur un camarade (40 cm est une valeur tout à fait acceptable).
- ***La méthode d'accrochage*** : côte à côte ou avec un espace choisi, tendu ou non. Certains élèves ont peut-être des expériences personnelles où le linge est étendu et légèrement superposé pour économiser des pinces à linge. Ne pas perdre de vue que pour d'autres élèves le linge n'est pas suspendu mais séché au sèche-linge (cette réponse ne sera toutefois pas acceptée puisque l'énoncé précise que le linge est séché sur un fil à linge). Enfin dans le cas de chasubles un tel accrochage peut être envisagé (voir photo ci-contre).

https://fr.owayo.ch/magazine/laver-maill

Ainsi, une résolution possible pourrait être :

Largeur du maillot d'un enfant : 40 cm.
L'équipe est constituée de 8 titulaires et 4 remplaçants, donc 12 maillots.
Accrochage : tendu, côte à côte.
→ 12 x 40 cm = 480 cm
Il faut 4,80 m de corde à linge.

<u>Épreuve 9 :</u> Dans l'œil du 4
→ Répartir un effectif en 5 groupes.

Ce problème de répartition est assez classique. Il s'agit de prendre en compte les contraintes de l'énoncé pour répartir des élèves dans 5 salles de classes.

La première chose à faire est d'identifier les contraintes :
- dans chaque salle il y a un nombre d'élèves contenant 1 seul 4 dans l'écriture du nombre ;
- dans deux salles de classes il y le même nombre d'élèves ;
- la somme des 5 nombres d'élèves est égale à 100.

→ Seuls nombres possibles :
4, 14, 24, 34, 40, 41, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 54, 64, 74, 84, 94

- **Méthode 1 :** Essais-erreurs. Méthode souvent choisie par les élèves car ils ne voient pas comment traiter l'énoncé pour extraire les informations leur permettant de simplifier

- **Méthode 2** : Identifier le nombre d'élèves moyen par classe.

Cette indication permet de donner une bonne image de la répartition des élèves.
Ici nous avons 5 salles pour 100 élèves ce qui fait donc environ 20 élèves par salle de classe.
A partir de là on peut aisément éliminer certains nombres de la liste établie en explicitant le raisonnement ainsi :

- Si je mets 94 élèves dans une classe il me restera 6 élèves à répartir : c'est impossible avec les nombres disponibles ;
- Si je mets 84 élèves dans une classe, il me restera 16 élèves à répartir : c'est impossible avec 4 et 14 on dépasse le nombre d'élèves restant à répartir ;
- Etc …

Un autre indice permet d'orienter la recherche. Si je considère 5 nombres dont le chiffre des unités est 4 alors leur somme donnera un nombre se terminant par 0 (5 X 4 = 20). Les nombres de la famille des 40 sont donc éliminés.
Il reste donc : 4, 14, 24 et 34. En les additionnant on trouve alors 76. Le complément à 100 est 24.
Ainsi 4 + 14 + 24 + 24 + 34 = 100.