Corrigé

Mathématiques sans Frontières Junior
CM2/6ème
- Épreuves de Découverte 2022 -

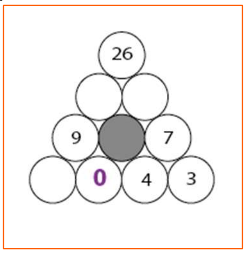
Épreuve 1 : Tas de boules	
Dans cet exercice, l'élève doit :	- Trouver le nombre à inscrire dans la boule grise
	- Vérifier que chaque nombre est bien la somme des 2 nombres écrits directement en-dessous.

Rechercher le nombre présent sur la boule grise semble très simple. En effet, il suffirait pour un élève de placer un chiffre dans la boule à gauche du 4 et de faire la somme des deux. Il pourrait y inscrire 1 et trouverait 5 dans la boule grise (ce qui est la bonne réponse). Néanmoins pour valider sa recherche il doit compléter l'ensemble de la pyramide et vérifier que toutes les additions sont justes.

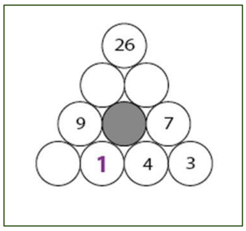
→ L'élève peut procéder par essai-erreur en cherchant le contenu de la case à gauche de la boule 4 (4 étant un terme de l'addition pour trouver le nombre inscrit dans la boule grise).

Cette recherche peut se faire de façon aléatoire ou de façon plus organisée en commençant par le nombre le plus petit.

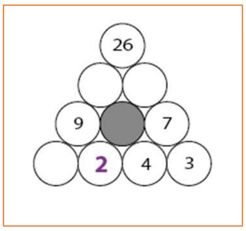
0 ne permet pas d'obtenir 26 au sommet de la pyramide,
Mais on obtient 24.



1 permet de trouver 26 au sommet de la pyramide
Et tout nombre est bien la somme des 2 nombres écrits directement en-dessous.



2 est trop grand, le nombre au sommet est égal à 28.
Tous les nombres supérieurs à 2 entrainent un nombre au sommet supérieur à 26.

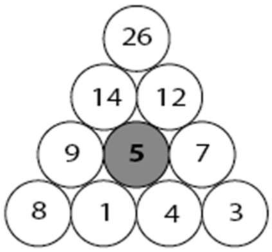


→ L'élève peut aussi démarrer ses recherches à partir de la boule grise.
Ce nombre doit être supérieur ou égal à 4, sinon le nombre au sommet de la pyramide est inférieur à 26.
Ensuite par essai-erreur, l'élève trouve la solution 5.

→ L'élève peut démarrer ses recherches par n'importe quelle autre boule, en particulier par celle comprise entre les boules 9 et 26

→ L'élève peut aussi démarrer ses recherches à partir du sommet.
Déterminer les termes qui permettent d'avoir une somme égale à 26, le premier terme devant être (au moins) supérieur à 9 et le second (au moins) supérieur à 7.

→ Une méthode experte repose sur l'observation de l'égalité : (9 + ●) + (● + 7) = 26.



<u>Épreuve 2</u> : Miroir mon beau miroir	
Dans cet exercice à contraintes, l'élève doit :	- identifier les contraintes
	- procéder par élimination pour trouver les 2 bons codes

Contrainte	***Ce que l'on peut en déduire***
le code du cadenas est un nombre à 3 chiffres	□ □ □
on obtient le même nombre en lisant le code de gauche à droite ou de droite à gauche	Le nombre se lit dans les deux sens donc **le premier et le dernier chiffre sont identiques**.
le nombre est divisible par 2	Le dernier chiffre (donc le premier) est soit 0, 2, 4, 6 ou 8
la somme des chiffres de ce nombre est égale à 11	On peut tester les combinaisons possibles (*) : 2 + 2 + 7 donc 2 7 2 4 + 4 + 3 donc 4 3 4

(*)

Chiffre des unités et centaines	Recherche du chiffre des dizaines	Codes obtenus
0	0 + □ + 0 = 11	Pas de solution
2	2 + □ + 2 = 11	**272**
4	4 + □ + 4 = 11	**434**
6	6 + □ + 6 = 11	Pas de solution
8	8 + □ + 8 = 11	Pas de solution

En prenant les consignes dans l'ordre la recherche est assez rapide.

Les élèves peuvent aussi chercher les nombres dont la somme des chiffres est 11. Mais s'ils n'intègrent pas que 2 chiffres doivent se répéter ils risquent de passer du temps. (128, 137, 146, 155, 146 etc …).

Les 2 codes sont donc **272** et **434**.

<u>Épreuve 3</u> : Choupa à ça !	
Dans cet exercice de maximisation, l'élève doit :	- trouver la meilleure combinaison d'actions pour maximiser une somme d'argent
	- justifier sa réponse.

Il s'agit d'un exercice de maximisation. Il s'agit de trouver la meilleure combinaison d'action pour maximiser une somme d'argent.

Deux éléments sont importants à mettre en exergue :

- Si on choisit de **vendre** des bonbons, il faut tous les vendre.
- Si on choisit d'**acheter**, on peut acheter 1 seule usine ou plusieurs à la fois (cela compte comme 1 action).

→ Au premier tour, les actions possibles sont :
- vente des 250 bonbons ;
- achat d'une ou deux usines.

→ Au second tour, comme c'est le dernier tour, acheter des usines fait baisser la quantité d'argent. Cette option est exclue, si on veut maximiser l'argent. Au tour 2, il faut donc vendre les bonbons.

On distingue donc 3 cas, selon l'action choisie au 1er tour :

	Tour 1	**Tour 2**
Cas n°1	Vente de bonbons	Vente de bonbons
Cas n°2	Achat d'une usine	Vente de bonbons
Cas n°3	Achat de 2 usines	Vente de bonbons

<u>→ CAS N°1</u> :

Situation de départ : 1 usine et 500 €

TOUR 1
- On reçoit 250 bonbons de la seule usine : on a donc 1 usine, 250 bonbons et 500 €.
- On vend les 250 bonbons : on a donc 1 usine et 750 €.

TOUR 2
- On reçoit 250 bonbons de la seule usine : on a donc 1 usine, 250 bonbons et 750 €.
- On vend les 250 bonbons : on a donc 1 usine et 1 000 €.

Situation finale : Antoine possède 1 000 €.

<u>→ CAS N°2</u> :

Situation de départ : 1 usine et 500 €

TOUR 1
- On reçoit 250 bonbons de la seule usine : on a donc 1 usine, 250 bonbons et 500 €.
- On achète 1 usine à 200 € : on a donc 2 usines, 250 bonbons et 300 €.

TOUR 2
- On reçoit 500 bonbons (250 bonbons de chacune des 2 usines) : on a donc 2 USINES, 750 BONBONS et 300 €.
- On vend les 750 bonbons : on a donc 2 usines et 1 050 €.

Situation finale : Antoine possède 1 050 €.

→**CAS N°3** :

Situation de départ : 1 usine et 500 €

TOUR 1
- On reçoit 250 bonbons de la seule usine : on a donc 1 usine, 250 bonbons et 500 €.
- On dépense 400 € pour acheter 2 usines : on a donc 3 usines 250 bonbons et 100 €.

TOUR 2
- On reçoit 750 bonbons (250 de chacune des 3 usines) : on a donc 3 usines, 1 000 bonbons et 100 €.
- On vend les 1 000 bonbons : on a donc 3 usines et 1 100 €.

Situation finale : Antoine possède 1 100 €.

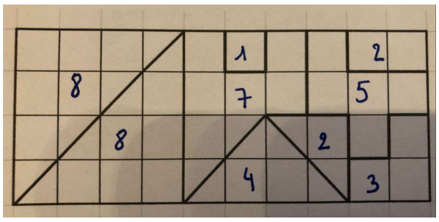
C'est la dernière combinaison d'actions qui maximise le gain d'argent à la fin du tour 2. En effet, on achète un maximum d'usines pour produire un maximum de bonbons qu'on vend au dernier tour.

Le coût d'achat d'une usine est de 200 € et chaque usine rapporte 250 € en bonbons par tour : l'achat d'une usine est immédiatement rentabilisé.

Épreuve 4 : In the Abstr'aire	
Dans cet exercice de pavage, l'élève doit :	- Composer des surfaces de couleur
	- alterner des surfaces de couleur.

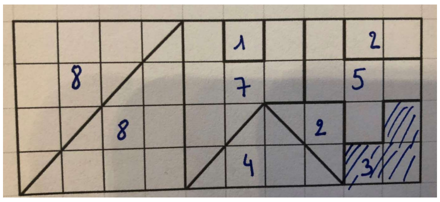
Dans cet exercice de pavage il s'agit d'une part d'alterner les couleurs et d'autre part de couvrir une aire définie par couleur.
Ainsi, le vert couvrira 11 carreaux, le rouge 9 carreaux et le bleu 20 carreaux.

→ Dans un premier temps on va compter le nombre de carreaux de chaque zone.

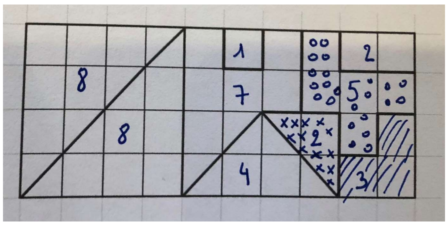


→ Il peut être utile de commencer par la partie droite du tableau qui contient <u>beaucoup de petites zones</u>.

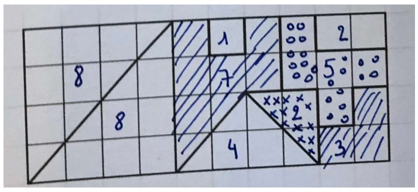
→Attribuons une première couleur à la zone (3).



→ Les zones (5), (3) et triangle (2) sont voisines : chacune a donc une couleur différente.



→ La zone (7) est voisine de la (5) et de triangle (2) et a donc une couleur différente des 2 autres, c'est-à-dire la même couleur que (3).

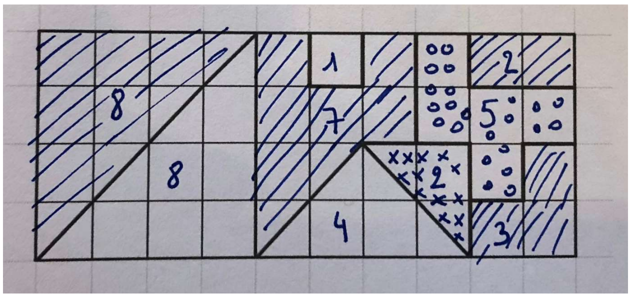


→ Les zones (3) et (7) couvrent 10 carreaux :

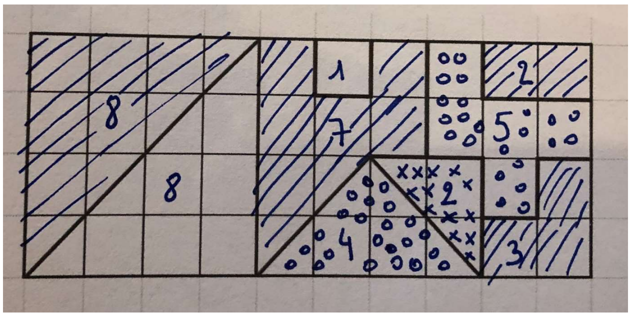
- Elles ne peuvent pas être en rouge (car elles couvrent plus de 9 carreaux).
- Pour être en vert et couvrir 11 carreaux, la seule possibilité serait que la zone (1) soit aussi verte, ce qui est impossible, car (1) et (7) sont voisines.

Les zones (3) et (7) sont donc en bleu.

→ Il reste donc 10 carreaux supplémentaires à couvrir en bleu. La seule possibilité est donc la zone rectangle (2) et la zone (8) non voisine de (7).



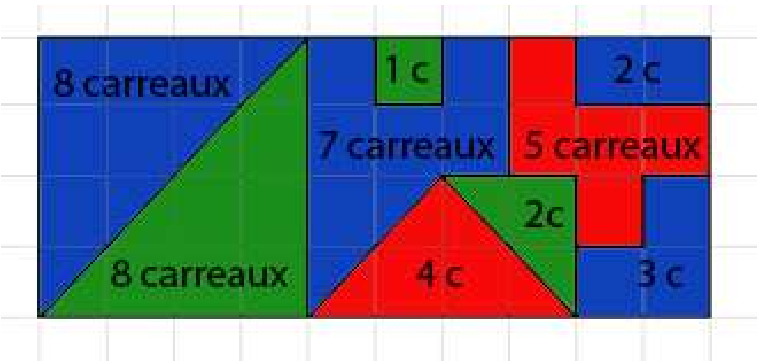
→ La zone (4) est voisine de la (7) et de triangle (2) et a donc une couleur différente des 2 autres, c'est-à-dire la même couleur que (5).



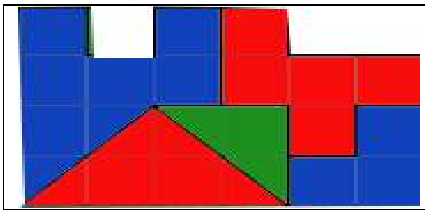
Les zones (4) et (5) couvrent 9 carreaux :
Pour être en vert, il faudrait trouver 2 autres carreaux. Or, il ne reste que les zones (8) et (1).
Les zones (4) et (5) sont donc en rouge.

→ La zone triangle (2) est donc en vert tout comme la zone (1) et la zone (8) pour l'instant sans couleur : cela fait bien une surface verte de 11 carreaux.

Solution :



<u>Prolongement en classe :</u>

	Un travail spécifique sur cette zone peut être intéressant à mener en classe afin d'expérimenter la répartition de 3 couleurs qui ne doivent pas avoir un côté en commun. La zone verte sert de séparateur.

→ Une autre stratégie pourrait être de « fabriquer » 20 (c'est la couleur la plus représentée et qu'il va falloir séparer dans la figure).

Ainsi la relation 8 + 7 + 3 + 2 apparait assez naturellement si l'on s'appuie sur les relations entre les nombres connues des élèves 8 et 7 et 5 font 20.

L'enjeu est d'être capable de mobiliser rapidement les relations entre les nombres (les compléments, les relations additives simples : trouver rapidement le complément à 20, à 11, à 9). Un élève qui a une bonne représentation des nombres (dans son cerveau, ces relations sont pré-activées, il les reconnait et sait les mettre en œuvre automatiquement) réussira bien cet exercice.

<u>Épreuve 5</u> : Gandoulf et la montagne de feu	
Dans cet exercice de dénombrement, l'élève doit :	- Trouver le nombre de chemins qui permettent d'arriver à chaque grotte.
	- rechercher l'exhaustivité des solutions

Il faut bien se rappeler qu'il n'est pas possible de remonter un escalier.

→ Une méthode de résolution visuelle est de dessiner les différents chemins, en mutualisant les annexes de plusieurs sujets. Cela permet de s'assurer qu'aucun chemin n'a été oublié.

Pour trouver la grotte à laquelle aboutit un maximum de chemins, une solution est de rechercher l'exhaustivité des trajets possibles. C'est la méthode vers laquelle les élèves s'orienteront naturellement.

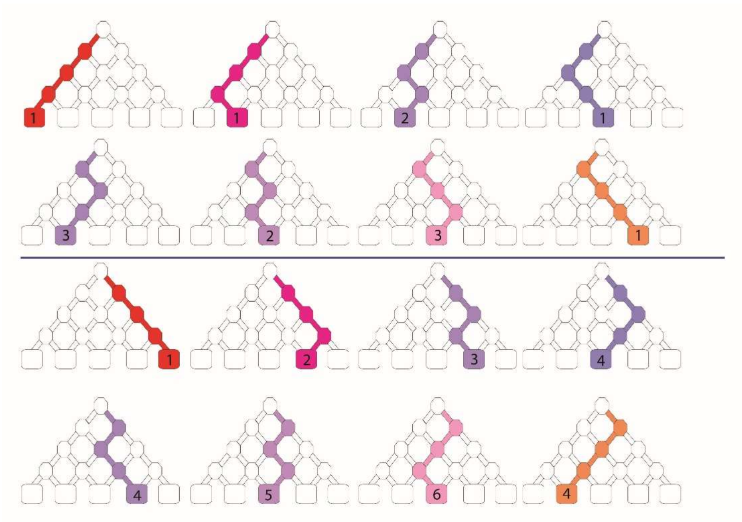
1ère grotte : 1 seul chemin possible.

2ème grotte : 4 chemins possibles.

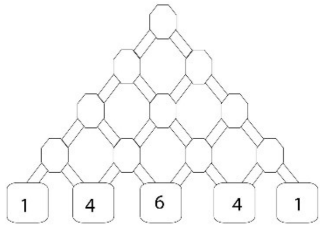
3ème grotte : 6 chemins possibles.

4ème grotte : 4 chemins possibles.

5ème grotte : 1 seul chemin possible.



Il y a donc 16 chemins possibles et Gandoulf attendra nain bleu devant la grotte au centre de la montagne.



Il serait intéressant d'ajouter un niveau supplémentaire à la montagne et d'extrapoler le nombre d'itinéraires possibles. On trouverait 32 et ainsi de suite.

Remarque :

Il est possible qu'au cours de leurs recherches, les élèves identifient une **symétrie** dans la construction des parcours. Ainsi, ils pourraient raisonner sur la moitié gauche de la montagne et déduire que la partie droite du labyrinthe se comporte de la même façon.

- pour arriver à la 1ère grotte, il y a autant de chemins que pour arriver à la 5ème grotte ;
- pour arriver à la 2ème grotte, il y a autant de chemins que pour arriver à la 4ème grotte.

<u>Épreuve 6</u> : Tricot des nombres, le retour	
Dans cet exercice, l'élève doit :	- Retrouver le chiffre des unités du résultat d'une multiplication
	- Reconstituer une grille cohérente avec la contrainte énoncée.

Les cases contiennent un seul chiffre : celui des unités du résultat de la multiplication de deux nombres à un chiffre.

La méthode la plus rapide pour déterminer les nombres manquants du tricot est de commencer par la fin.

- Par quel nombre doit-on multiplier 7 pour obtenir un nombre dont le chiffre des unités est 3 ?
  La seule possibilité est 9 car $9 \times 7 = 63$
  On note 9 dans la case précédant 7 :

7	…	…	…	…	**9**	7	3	1

- Par quel nombre doit-on multiplier 9 pour obtenir un nombre dont le chiffre des unités est 7 ?
  La seule possibilité est 3 car $3 \times 9 = 27$

7	…	…	…	**3**	9	7	3	1

Et ainsi de suite pour obtenir le tricot :

7	3	1	3	3	9	7	3	1

Remarque : Les élèves seront probablement tentés de commencer le tricot dans le sens de lecture. Ainsi en partant du 7 le seul moyen de reconstituer le tricot est de travailler par essai-erreur. Cette méthode est fastidieuse car il est nécessaire de faire l'ensemble des calculs pour vérifier si l'hypothèse de départ est bonne.

Épreuve 7 : C'est le mari de la mère Pétuhelle	
Dans cet exercice, l'élève doit :	- identifier toutes les dates à composer au mois de janvier
	- Répartir les chiffres entre les faces de 2 cubes pour permettre toutes les combinaisons nécessaires.

- Au mois de janvier, il y a 31 jours. Il faut donc former toutes les dates du 01 au 31.
- Il faut remarquer une subtilité pour pouvoir résoudre l'exercice : le 6 déjà placé peut aussi être utilisé comme un 9 (il suffit de retourner le cube).
- Le 1 et le 2 doivent figurer sur les 2 cubes pour les dates du 11 et du 22 : ce sont les seules dates où un chiffre est répété.
- Par exemple, les dates du 01 et du 10 s'obtiennent en échangeant les cubes.
- Il y a 9 dates commençant par 0. Les dates du 06 et du 09 sont formées en retournant un cube, donc il faut pouvoir former 8 dates différentes commençant par 0. Or un cube n'a que 6 faces.
  Donc le 0 doit aussi figurer sur les 2 cubes.

- Il y a beaucoup de solutions possibles, car la place des chiffres sur les patrons n'a pas d'importance.

	1er cube	2ème cube
Solution 1	**0 1 2 6** 7 8	**0 1 2** 3 4 5
Solution 2	**0 1 2** 3 4 **6**	**0 1 2** 5 7 8
Solution 3	**0 1 2** 5 **6** 8	**0 1 2** 3 4 7
Solution 4	**0 1 2** 5 **6** 7	**0 1 2** 3 4 8
Solution 5	**0 1 2** 3 5 **6**	**0 1 2** 4 7 8
Solution 6	**0 1 2** 4 **6** 8	**0 1 2** 3 5 7
Solution 7	**0 1 2** 4 **6** 7	**0 1 2** 3 5 8
Solution 8	**0 1 2** 3 **6** 7	**0 1 2** 4 5 8
Solution 9	**0 1 2** 3 **6** 8	**0 1 2** 4 5 7
Solution 10	**0 1 2** 4 5 **6**	**0 1 2** 3 7 8

Épreuve 8 : Tenez-vous à carreaux	
Dans cet exercice d'estimation, l'élève doit :	- Estimer la masse d'un élève de CM2 ou de 6ème pour déduire la masse totale des élèves d'une classe
	- Estimer par le calcul le nombre de tablettes nécessaire pour atteindre la masse totale des élèves de la classe.

Dans cet exercice, la principale difficulté réside dans l'absence de valeurs numériques. Les élèves doivent donc poser des hypothèses pour obtenir une estimation.

Le résultat obtenu par les élèves est donc une estimation et il ne sera pas possible de valider son exactitude. Cela risque de frustrer les élèves qui attendraient une validation du type juste ou faux.

Le résultat proposé par les élèves est directement lié aux hypothèses posées par les élèves. Il sera donc validé si les hypothèses sont cohérentes. Il convient à l'enseignant d'expliciter cet état de fait et de provoquer un débat au sein de la classe afin de confronter différents résultats qui auraient été trouvés. Ce sera l'occasion de parler d'ordre de grandeur.

Données dont les élèves pourraient se servir :

Masse de l'ensemble des élèves de la classe	Cette donnée peut s'obtenir de différentes façons. La plus concrète serait de demander à chaque élève sa masse et d'additionner toutes les valeurs.	891 Kg
Masse d'un élève de CM2 ou de 6ème	Cette masse peut s'obtenir en calculant la moyenne des masses des élèves composant la classe (ce qui reviendrait à faire la même démarche que ci-dessus). Une autre possibilité est de considérer qu'un élève de 10 ou 11 ans pèse environ 33 kg pour un garçon et 34 kg pour une fille. Une valeur choisie entre 30 et 35 kg est cohérente et acceptable.	33 Kg
Nombre d'élèves dans une classe	Entre 25 et 30 (l'exemple de la composition de la classe est valable et justifié)	27
Masse d'une tablette de chocolat	Les élèves qui ont l'habitude de faire de la pâtisserie auront la notion de la masse d'une tablette classique soit environ 2OO grammes.	200 g 0,2 Kg

Ce qui est attendu des élèves est qu'ils explicitent ces hypothèses et qu'ils les justifient.

Méthodes de résolution :

1- On cherche la masse globale de la classe que l'on convertit en grammes (ou on convertit la masse de la tablette de chocolat en Kg) et l'on opère une division.
891 : 0,2 = 4455
On peut estimer que le nombre de tablettes gagnées est 4 455.

2- Une autre méthode pourrait être d'estimer le nombre de tablettes nécessaires pour obtenir la masse d'un élève.
5 tablettes pour 1Kg soit 165 tablettes pour un élève de 33 kg.
Il suffit ensuite de multiplier ce résulta par le nombre d'élèves de la classe :
165 x 27 = 4455.
On peut estimer que le nombre de tablettes gagnées est 4 455.

Épreuve 9 : Nono

Dans cet exercice, l'élève doit :	- Tracer les itinéraires empruntés par un robot
	- Respecter des consignes de déplacement (si … alors)

Dans cet exercice, les élèves déplaceront un robot sur les lignes d'un quadrillage en respectant des consignes de déplacement.

Points de vigilance :

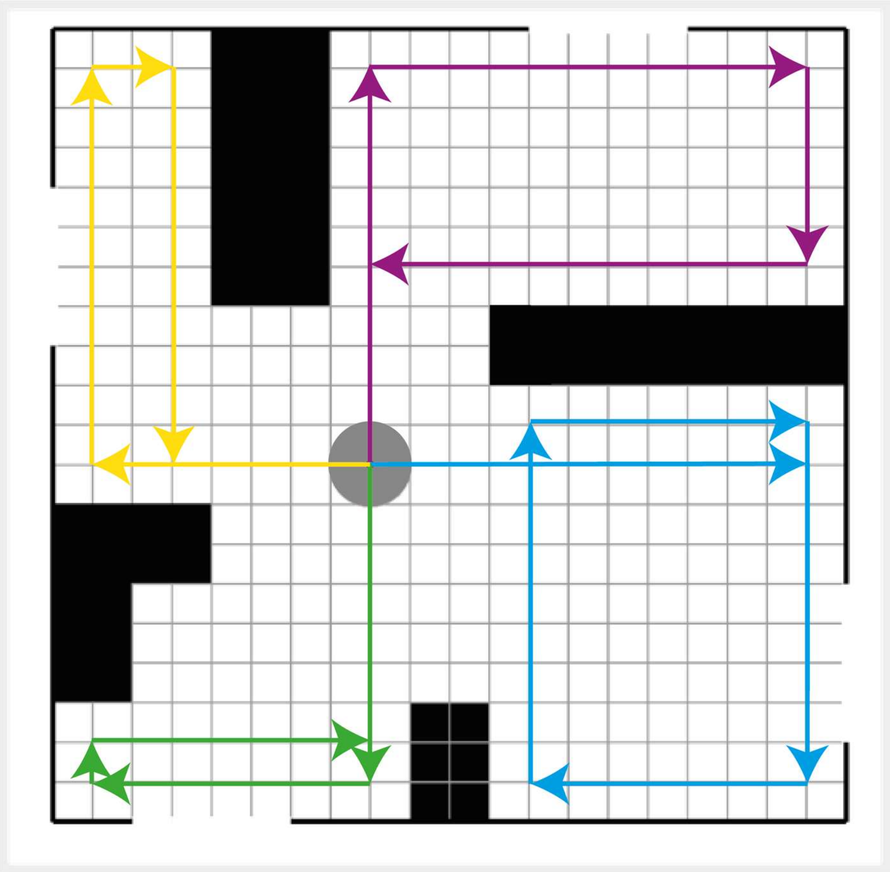
→ Pour tracer les différents itinéraires, l'élève devra considérer le centre du disque représentant le robot (c'est lui qui se déplace sur les lignes du quadrillage).

→ Le robot est de forme circulaire mais, lorsqu'il se déplace, c'est comme s'il occupait 4 cases.

→ Le robot ne change pas de direction lorsqu'il frôle un mur. Il change de direction lorsqu'il « cogne » un mur.

→ Le robot ne comporte aucun marquage d'orientation. Il n'est pas évident que les élèves testent les 4 directions même si cela est induit par la consigne qui demande l'exhaustivité.

→ Dans son cheminement, le robot finit par « tourner en rond ». Il se déplacera indéfiniment sur ce même itinéraire jusqu'à épuisement des batteries.



Remarques :

- Cet exercice peut servir de point de départ à une séquence en codage et robotique au cours de laquelle on pourra travailler la programmation événementielle mettant en jeu le si … alors.

Des ressources sont disponibles sur ce site : http://tice67-sud.site.ac-strasbourg.fr/wordpress/?page_id=1174

- Un travail autour du lexique est intéressant en verbalisant le trajet effectué par le robot